

METODE PRAKTIS ESTIMASI MODEL-MODEL PROBABILISTIK PADA ANALISIS FREKUENSI BANJIR UNTUK PRAKTISI PENYELENGGARA INFRASTRUKTUR DI KALIMANTAN SELATAN

Aqli Mursadin¹, Erika Zeannyta²

¹ Staff Pengajar Program Studi Magister Teknik Sipil Universitas Lambung Mangkurat

² Mahasiswa Program Studi Magister Teknik Sipil Universitas Lambung Mangkurat

E-mail: a.mursadin@ulm.ac.id/HP.+6285821194410

ABSTRAK

Sebuah metode praktis diusulkan untuk keperluan estimasi model-model probabilistik pada analisis frekuensi banjir. Ini merupakan sebuah implementasi tepat guna dari metode estimasi berbasis L-moments. Model-model yang dimaksud meliputi sejumlah distribusi nilai ekstrem, yaitu Gumbel, generalized extreme value, lognormal tiga parameter, Pearson tipe III, log-Pearson tipe III, generalized logistic, dan generalized Pareto. Data untuk keperluan pengujian diambil dari aliran maksimum di dunia nyata. Metode yang diusulkan berupa sebuah prosedur sederhana empat tahap pada aplikasi pengolahan *spreadsheet*. Tidak ada pengodean yang diperlukan. Validasi dilakukan dalam bentuk perbandingan terhadap hasil-hasil menggunakan perangkat lunak komputasi statistik R. Kesederhanaan metode ini bersama dengan kinerja estimasinya yang relatif tinggi berpotensi untuk memungkinkannya diadopsi oleh kalangan praktisi penyelenggara konstruksi, khususnya di Kalimantan Selatan. Rekomendasi untuk pengembangan lanjutan juga diberikan.

Kata kunci: analisis frekuensi banjir, estimasi parameter, L-moments

ABSTRACT

A practical method is proposed for the purpose of estimating probabilistic models in flood frequency analysis. This is an intermediary implementation of estimation based on L-moments. The models include a number of extreme value distributions, namely, Gumbel, generalized extreme value, three-parametric lognormal, Pearson type III, log-Pearson type III, generalized logistic, and generalized Pareto. Test data are obtained as real-world maximum flows. The proposed method is a four-step procedure run on a spreadsheet processing application. No coding is required. Validation is carried out in the form of comparison against results obtained using statistical software R. The simplicity of the method along with its relatively high estimation performance can potentially make it considered for adoption by practitioners in the construction industry, especially in South Kalimantan. Recommendations for future work are also given.

Keywords: flood frequency analysis, L-moments, parameter estimation

PENDAHULUAN

Analisis nilai ekstrem dari data hidrologis memainkan peranan penting untuk menyediakan informasi dalam perencanaan infrastruktur (Kottegoda & Rosso, 1997:465). Salah satu pendekatan untuk memahami perilaku yang demikian adalah analisis frekuensi banjir (*flood frequency analysis*) yang berdasarkan pada distribusi nilai ekstrem dari debit-debit aliran yang berkaitan (Roy & De, 2015).

Metode-metode praktis pada perencanaan yang berdasarkan pada analisis yang demikian cukup umum dikuasai oleh pihak-pihak yang berkepentingan seperti praktisi penyelenggara infrastruktur, khususnya di Kalimantan Selatan. Walaupun demikian, model-model probabilistik yang digunakan biasanya tersedia dengan pilihan jenis yang terbatas (seperti Pearson Tipe III dan lognormal), sementara itu, beberapa publikasi terakhir di bidang ini telah mengeksplorasi keberhasilan beberapa model nilai ekstrem lainnya (Shabri, dkk., 2011; Bilková, 2012; Bilková, 2014, Khan, dkk., 2017).

Selanjutnya, metode estimasi yang selama ini umum digunakan adalah metode momen yang cukup praktis tetapi cenderung mengabaikan kehadiran *outliers* sehingga kurang mampu mengakomodasi nilai-nilai ekstrem di ujung-ujung urutan data. Metode lain yang juga umum digunakan adalah metode *maximum likelihood* yang sangat baik untuk data berukuran besar tetapi memerlukan komputasi yang intensif.

Sebuah metode lain yang belum cukup dikenal tetapi mulai menarik banyak minat di kalangan akademisi adalah metode estimasi L-moment (Hosking, 1990; Hosking & Wallis, 1997; Shabri & Ariff, 2010; Hassan, dkk., 2019). Metode ini mempertimbangkan pembobotan probabilitas sehingga sangat sesuai untuk nilai-nilai ekstrem. Komputasi yang intensif dapat menjadi penghalang untuk adopsi metode ini di kalangan praktisi. Walaupun demikian, dengan perkembangan teknologi perangkat lunak populer seperti saat ini, implementasi metode ini berpotensi diterapkan menggunakan pengolah *spreadsheet* tanpa memerlukan pengodean (*coding*) sedikitpun.

Artikel ini membahas implementasi metode estimasi L-moment di atas pada sebuah aplikasi pengolah *spreadsheet*. Implementasi ini bertujuan untuk menjadikan metode estimasi L-moment ini tersedia sebagai sebuah metode praktis. Selanjutnya, kesederhanaan di dalam pengoperasian dan kemungkinan untuk dikustomisasi diakomodasi di dalam implementasi ini.

METODE

Implementasi dari metode L-moment menjadi sebuah metode praktis berbasis pengolah *spreadsheet* ini dilaksanakan dalam langkah-langkah berikut:

1. Melakukan tinjauan literatur mengenai analisis frekuensi banjir dan estimasi model-model probabilistik yang berkaitan. Model-model probabilistik yang digunakan adalah distribusi-distribusi Gumbel (EV1), *generalized extreme value* (GEV), distribusi lognormal 3 parameter (LN3), Pearson tipe III (P3), log-Pearson tipe 3 (LP3), *generalized logistic* (GLO), dan *generalized Pareto* (GPA).
2. Menyusun prosedur sederhana dari implementasi metode yang bersangkutan menggunakan perangkat lunak Microsoft Excel 2013.
3. Mengumpulkan data untuk pengujian implementasi.

4. Menganalisis hasil implementasi dan melakukan validasi menggunakan perangkat lunak R versi 4.0.3 (R Core Team, 2020).
5. Membuat kesimpulan.

Perangkat lunak utama yang digunakan untuk keperluan ini adalah Microsoft Excel 2013 sebagai pengolah *spreadsheet*. Untuk keperluan validasi digunakan perangkat lunak R versi 4.0.3 (<https://www.R-project.org/>).

Data pengujian implementasi adalah data aliran maksimum tahunan Sungai Torne di Swedia pada stasiun nomor 16722 mulai tahun 1911 sampai 2020 (<https://vattenwebb.smhi.se/station/>). Ini adalah data harian sehingga data maksimum tahunan yang dimaksud masih perlu diekstrak lebih lanjut.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Implementasi

Hasil implementasi metode ini adalah berupa sebuah prosedur empat tahap sebagai berikut:

1. Pemasukan data aliran maksimum. Gambar 1 mengilustrasikan tahap dan *sheet* Microsoft Excel yang berhubungan.
2. Proses *fitting*, yaitu penentuan nilai-nilai estimate dari parameter-parameter model. Gambar 2 mengilustrasikan tahap dan *sheet* Microsoft Excel yang berhubungan.
3. Pengujian tingkat kesesuaian antara model dan data (*goodness of fit test*). Gambar 3 mengilustrasikan tahap dan *sheet* Microsoft Excel yang berhubungan.
4. Pemilihan model terbaik dan penetapan kuantil rencana berdasarkan periode pengulangan. Gambar 4 mengilustrasikan tahap dan *sheet* Microsoft Excel yang berhubungan.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	X _t	log X _t	n									
2	1190	7,082	110									
3	1240	7,123										
4	1420	7,258										
5	1440	7,272										
6	1450	7,279										
7	1460	7,286										
8	1480	7,300										
9	1480	7,300										
10	1480	7,300										
11	1490	7,307										
12	1500	7,313										
13	1530	7,333										
14	1560	7,352										
15	1630	7,396										
16	1640	7,402										
17	1640	7,402										
18	1640	7,402										

Gambar 1 Tahap pemasukan data

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Distribution	Estimator	Parameters	Est 1	Est 2	Est 3	Constraint	Moments
2	Gumbel (EV1)	Moment	μ, σ	1973,022	384,724			Mean
3	Gumbel (EV1)	L-moment	μ, σ	1961,898	403,996			Std Dev
4	Generalized extreme value (GEV)	Moment	μ, σ, ξ	1370,313	366,417	-0,035	0,00098	Skewness
5	Generalized extreme value (GEV)	L-moment	μ, σ, ξ	1891,788	456,207	0,151	-0,00071	Mean (log)
6	Two-parameter lognormal (LN2)	Moment	μ, σ	7,669	0,222			Std Dev (log)
7	Three-parameter lognormal (LN3)	Moment	μ, σ, ϵ	7,669	0,222		-3,3687E+09	Skewness (log)
8	Three-parameter lognormal (LN3)	L-moment	μ, σ, ϵ	8,070	0,154	-1040,691		L-moments
9	Pearson type 3 (P3)	Moment	α, β, ϵ	29,682	90,599	-492,257		L1 = b0
10	Pearson type 3 (P3)	L-moment	α, β, ϵ	18,338	114,810	20,881		L2
11	Log-Pearson type 3 (LP3)	Moment	μ, σ	137,282	-0,019	10,335		L3
12	Log-Pearson type 3 (LP3)	L-moment	μ, σ	118,513	-0,626	81,838		L1 = b0 (log)
13	Generalized logistic (GLO)	L-moment	μ, σ, ξ	2160,617	277,441	-0,075		b2
14	Generalized Pareto (GPA)	Moment	μ, σ, ξ	1448,818	1226,661	-0,644	0,00045	L1 = b0 (log)
15	Generalized Pareto (GPA)	L-moment	μ, σ, ξ	1433,200	1311,033	-0,721		L2 (log)
16								L3 (log)
17								b1 (log)
18								b2 (log)

Gambar 2 Tahap *fitting*

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Distribution	Estimator	D	Good?	F _n	F, EV1	F, GEV	F, LN2	F, LN3	F, P3
2	Gumbel (EV1)	Moment	0,07710	YES	0,0090	0,0047	0,00011	0,00406	N/A	0,01063
3	Gumbel (EV1)	L-moment	0,06894	YES	0,01818	0,0012	0,00037	0,00692	N/A	0,01518
4	Generalized extreme value (GEV)	Moment	0,08355	YES	0,02727	0,01485	0,00928	0,0321	N/A	0,04542
5	Generalized extreme value (GEV)	L-moment	0,05533	YES	0,03636	0,01838	0,01206	0,0369	N/A	0,05049
6	Two-parameter lognormal (LN2)	Moment	0,06282	YES	0,04545	0,02036	0,01366	0,03949	N/A	0,05317
7	Three-parameter lognormal (LN3)	Moment	N/A	NO	0,05455	0,0225	0,01543	0,0422	N/A	0,05595
8	Three-parameter lognormal (LN3)	L-moment	0,05615	YES	0,06364	0,02727	0,01947	0,04802	N/A	0,06182
9	Pearson type 3 (P3)	Moment	0,06169	YES	0,07273	0,02727	0,01947	0,04802	N/A	0,06182
10	Pearson type 3 (P3)	L-moment	0,05655	YES	0,08182	0,02727	0,01947	0,04802	N/A	0,06182
11	Log-Pearson type 3 (LP3)	Moment	N/A	NO	0,09091	0,02991	0,02176	0,05112	N/A	0,06492
12	Log-Pearson type 3 (LP3)	L-moment	N/A	NO	0,1	0,03273	0,02424	0,05436	N/A	0,06812
13	Generalized logistic (GLO)	L-moment	0,07083	YES	0,10909	0,0423	0,0329	0,06492	N/A	0,0784
14	Generalized Pareto (GPA)	Moment	0,06890	YES	0,11818	0,05362	0,0435	0,07675	N/A	0,08968
15	Generalized Pareto (GPA)	L-moment	0,07735	YES	0,12727	0,08724	0,07644	0,0943	N/A	0,12006
16					0,13636	0,09288	0,08211	0,11467	N/A	0,12487
17					0,14545	0,09288	0,08211	0,11467	N/A	0,12487
18					0,15455	0,09288	0,08211	0,11467	N/A	0,12487

Gambar 3 Tahap pengujian kesesuaian

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Distribution	Estimator	MAD	r	D	Score	Best?	X(100)	X_EVI	X_GEV
2	Gumbel (EV1)	Moment	0,0282	0,9838	0,0771	0,9668	NO	3742,811	1333	1378
3	Gumbel (EV1)	L-moment	0,0261	0,9838	0,0689	0,9693	NO	3820,338	1416	1453
4	Generalized extreme value (GEV)	Moment	0,0335	0,9780	0,0836	0,9611	NO	3801,049	1463	1496
5	Generalized extreme value (GEV)	L-moment	0,0152	0,9956	0,0553	0,9811	YES	3504,613	1499	1528
6	Two-parameter lognormal (LN2)	Moment	0,0172	0,9934	0,0628	0,9779	NO	3589,734	1527	1555
7	Three-parameter lognormal (LN3)	Moment	N/A	N/A	N/A	N/A	NO	N/A	1552	1577
8	Three-parameter lognormal (LN3)	L-moment	0,0157	0,9951	0,0562	0,9805	NO	3551,541	1574	1597
9	Pearson type 3 (P3)	Moment	0,0163	0,9953	0,0617	0,9793	NO	3474,129	1594	1616
10	Pearson type 3 (P3)	L-moment	0,0155	0,9953	0,0566	0,9806	NO	3522,794	1612	1632
11	Log-Pearson type 3 (LP3)	Moment	N/A	N/A	N/A	N/A	NO	N/A	1629	1648
12	Log-Pearson type 3 (LP3)	L-moment	N/A	N/A	N/A	N/A	NO	N/A	1645	1663
13	Generalized logistic (GLO)	L-moment	0,0223	0,9889	0,0708	0,9724	NO	3682,024	1660	1677
14	Generalized Pareto (GPA)	Moment	0,0274	0,9887	0,0689	0,9707	NO	3256,101	1675	1690
15	Generalized Pareto (GPA)	L-moment	0,0269	0,9876	0,0774	0,9688	NO	3186,342	1689	1703
16									1702	1715
17									1715	1727
18									1727	1739

Gambar 4 Tahap pemilihan model dan penentuan kuantil

Pengguna dapat langsung memasukkan data aliran maksimum pada *sheet* yang pertama, kemudian mengurutkan titik-titik data yang bersangkutan dari nilai terkecil ke nilai terbesar. Ukuran maksimum dari data yang dapat dimasukkan adalah 1000 titik data.

Pada tahap *fitting*, pengguna sudah dapat melihat model mana yang sesuai atau yang dapat diestimasi untuk data yang dimaksud. Untuk data yang berbeda, beberapa model tertentu mungkin tidak dapat diestimasi. Untuk beberapa model tertentu, berlaku sebuah persamaan kendala (*constraint*) yang nilainya mendekati nol dan harus diselesaikan untuk parameter ketiga dari model yang bersangkutan. Ini akan merupakan interaksi paling rumit di antara pengguna dan aplikasi, di mana pengguna akan mencari solusi tersebut menggunakan fasilitas **Goal seek** dari Microsoft Excel.

Hasil pengujian pada tahap berikutnya menunjukkan model-model mana yang kesesuaiannya memadai (*good fit*) terhadap data. Metode pengujian yang digunakan adalah pengujian Kolmogorov-Smirnov.

Tahap terakhir adalah tahap pemilihan model dan penentuan kuantil rencana. Pemilihan model didasarkan pada kombinasi antara nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov, akurasi berdasarkan *mean absolute deviation index* (Jain & Singh, 1986), dan nilai koefisien korelasi Pearson di antara data dan prediksi yang dihasilkan model. Kuantil yang dihasilkan dari model terpilih dengan sendirinya menjadi kuantil rencana yang direkomendasikan.

Dengan data uji yang digunakan, semua model yang dipertimbangkan dapat diestimasi. Hasil estimasi dari parameter-parameter model yang bersangkutan diperlihatkan pada Tabel 1.

Tabel 1 Hasil estimasi menggunakan data uji

Distribusi	Estimate		
	Parameter 1	Parameter 2	Parameter 3
Gumbel (EV1)	1961,898	403,996	-
Generalized extreme value (GEV)	1991,798	456,207	0,151
Three-parameter lognormal (LN3)	8,070	0,154	-1040,691
Pearson type III (P3)	18,938	114,810	20,861
Log-Pearson type III (LP3)	118,513	-0,626	81,838
Generalized logistic (GLO)	2160,617	277,441	-0,075
Generalized Pareto (GPA)	1433,200	1311,033	-0,721

Walaupun demikian, ini belum merupakan jaminan bahwa model-model tersebut layak digunakan. Hasil pengujian Kolmogorov-Smirnov untuk data yang bersangkutan menunjukkan bahwa satu model, yaitu log-Pearson tipe III, tidak memiliki kesesuaian yang memadai terhadap data (lihat Tabel 2). Ukuran yang digunakan adalah nilai *D*. Jika nilai ini lebih kecil daripada 0,130, maka model yang bersangkutan dikatakan sesuai. Sebaliknya, jika selain itu, maka model yang bersangkutan dikatakan tidak sesuai.

Pada tahap terakhir, dilakukan pemilihan berdasarkan akurasi model. Ukuran untuk ini adalah rata-rata berbobot (skor) di antara akurasi berdasarkan *mean absolute deviation index* (*MADI*), nilai koefisien korelasi Pearson (*r*), dan nilai *D*. Untuk kasus ini, bobot-bobot yang dipilih masing-masing adalah 0,4 untuk $1 - MADI$, 0,4 untuk *r*, dan 0,2 untuk $1 - D$. Pengguna dapat

memilih nilai-nilai yang lain selama jumlah total dari nilai-nilai tersebut sama dengan satu. Tabel 3 memberikan hasil pemilihan yang dimaksud berdasarkan data uji. Dalam hal ini, periode pengulangan yang digunakan adalah 100 tahun. Kuantil rencana yang terpilih adalah 3504,613 m³/s yang diberikan oleh model terbaik (GEV).

Tabel 2 Hasil pengujian Kolmogorov-Smirnov

Distribusi	<i>D</i>	Sesuai
Gumbel (EV1)	0,06894	Ya
Generalized extreme value (GEV)	0,05533	Ya
Three-parameter lognormal (LN3)	0,05615	Ya
Pearson type III (P3)	0,05655	Ya
Log-Pearson type III (LP3)	N/A	Tidak
Generalized logistic (GLO)	0,07083	Ya
Generalized Pareto (GPA)	0,07735	Ya

Tabel 3 Hasil pemilihan model berdasarkan data uji dan kuantil (m³/s) yang bersangkutan

Distribusi	<i>MADI</i>	<i>r</i>	<i>D</i>	Skor	Pilih	Kuantil
Gumbel (EV1)	0,0261	0,9838	0,0689	0,9693	Tidak	3820,338
Generalized extreme value (GEV)	0,0152	0,9956	0,0553	0,9811	Ya	3504,613
Three-parameter lognormal (LN3)	0,0157	0,9951	0,0562	0,9805	Tidak	3531,541
Pearson type III (P3)	0,0155	0,9953	0,0566	0,9806	Tidak	3522,794
Log-Pearson type III (LP3)	N/A	N/A	N/A	N/A	Tidak	N/A
Generalized logistic (GLO)	0,0223	0,9889	0,0708	0,9724	Tidak	3682,924
Generalized Pareto (GPA)	0,0269	0,9876	0,0774	0,9688	Tidak	3186,342

Secara keseluruhan, metode ini dapat dijalankan dalam waktu 3 menit pada sebuah note book sederhana dengan prosesor Intel® Core i3. Tidak ada alat bantu komputasi lain atau tabel-tabel yang diperlukan untuk estimasi semua model ini.

Validasi

Validasi dari model ini dilakukan dengan melihat kesesuaian hasil estimasinya terhadap hasil estimasi dengan metode L-moment menggunakan aplikasi khusus untuk komputasi statistik, yaitu R dengan paket “lmom” (Hosking, 2019). Komputasi kesalahan baku dan interval keyakinan diberikan melalui teknik bootstrapping menggunakan paket “boot” (Canty & Ripley, 2020) dari R. Komputasi ini cukup kompleks karena memerlukan pengodean (*coding*) sehingga tidak direkomendasikan untuk penggunaan praktis.

Tabel 4 memberikan hasil estimasi yang dimaksud beserta kesalahan baku dan interval keyakinan 95 persen (di antara batas bawah dan batas atas) untuk setiap nilai parameter yang bersangkutan. Secara keseluruhan dapat terlihat adanya konsistensi dan kedekatan numerik yang tinggi di antara hasil-hasil dari metode praktis yang dikembangkan menggunakan aplikasi *spreadsheet* (Tabel 1) dan yang diperoleh menggunakan aplikasi spesifik seperti R.

Setiap interval yang dimaksud memiliki tingkat keyakinan 95 persen. Sebagai contoh, parameter ke-1 dari GEV yang diestimasi sebesar 1992 memiliki nilai sebenarnya yang dapat diyakini berada di antara 1902 dan 2101 dengan tingkat keyakinan 95 persen. Semakin sempit interval

ini, semakin akurat hasil estimasi yang diberikan. Beberapa kesalahan baku dan interval keyakinan gagal ditemukan untuk tiga model, yaitu lognormal tiga parameter, Pearson tipe III, dan log-Pearson tipe III. Ini berarti bahwa ketiga model tersebut sebaiknya tidak dipertimbangkan lebih lanjut karena validitas hasil estimasi yang bersangkutan tidak tercapai.

Tabel 4 Hasil validasi

Distribusi	Parameter	Estimate	Kesalahan baku	Batas bawah	Batas atas
Gumbel (EV1)	1	1962	3,46	1879	2059
	2	404	26,6	348	452
Generalized extreme value (GEV)	1	1992	50,6	1902	2101
	2	457	35,4	385	524
	3	0,153	0,0577	0,043	0,280
Three-parameter lognormal (LN3)	1	8,07	0,618	7,39	9,72
	2	0,154	0,0702	0,00430	0,293
	3	-1041	-	-	-
Pearson type III (P3)	1	18,9	-	-	-
	2	115	-	-	-
	3	20,9	-	-	-
Log-Pearson type III (LP3)	1	119	-	-	-
	2	-0,626	-	-	-
	3	81,8	-	-	-
Generalized logistic (GLO)	1	2161	53,2	2065	2272
	2	277	18,5	238	310
	3	-0,0750	0,0342	-0,142	-0,00210
Generalized Pareto (GPA)	1	1433	63,1	1318	1573
	2	1311	175	1025	1712
	3	-0,721	0,120	-0,992	-0,502

PENUTUP

Kesimpulan

Beberapa hal penting yang dapat disimpulkan adalah sebagai berikut:

1. Metode L-moment dapat diimplementasikan menjadi sebuah metode yang praktis pada perangkat komputasi sederhana. Ini berpotensi untuk memungkinkan adopsi dari metode yang akurat ini oleh kalangan praktisi penyelenggara konstruksi, khususnya di Kalimantan Selatan.
2. Implementasi ini memberikan hasil yang konsisten secara numerik terhadap hasil-hasil yang diperoleh menggunakan perangkat lunak komputasi yang memang didedikasikan untuk keperluan estimasi.

Rekomendasi

Untuk pengembangan lebih lanjut, dapat direkomendasikan

1. Perluasan menggunakan model-model nilai ekstrem yang lain seperti Weibull tiga parameter, Fréchet tiga parameter, kappa empat parameter, dan Wakeby lima parameter.

2. Implementasi praktis untuk persoalan-persoalan nilai ekstrem selain persoalan aliran maksimum, seperti persoalan-persoalan nilai minimum untuk kekeringan, tinggi ekstrem gelombang, kekuatan gempa, dan lain-lain.

Ucapan Terima Kasih

Penulis menyampaikan terima kasih kepada Program Studi Magister Teknik Sipil Universitas Lambung Mangkurat yang telah mendanai kegiatan pengabdian kepada masyarakat ini.

DAFTAR PUSTAKA

1. Bikova, D. 2012. Lognormal Distribution and Using L-moment Method for Estimating Its Parameters. *Int. J. Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **6** (1), 30-44.
2. Bilkova, D. 2014. Alternative Means of StatData An.: L-Moments and TL-Moments of Prob Distributions. *Statistika*, **94** (2), 77-94.
3. Canty, A. and B. Ripley. 2020. boot: Bootstrap R (S-Plus) Functions. R package version 1.3-25.
4. Hassan, M. U., O. Hayat, and Z. Noreen. 2019. Selecting the best probability distribution for at-site food frequency analysis; a study of Torne River. *SN Applied Sciences*. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s42452-019-1584-z> (last accessed 10 May 2021).
5. Hosking, J. R. M. 1990. L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *J. Royal Statistical Society B*, **52**, 105-24.
6. Hosking, J. R. M. 2019. L-Moments. R package, version 2.8. URL: <https://CRAN.R-project.org/package=lmom>.
7. Hosking, J. R. M. and J. R. Wallis. 1997. *Regional Frequency Analysis – An Approach Based on L-Moments*. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press.
8. Hosking, J. R. M., J. R. Wallis, and E. F. Wood. 1985. Estimation of the GEV Distribution by the Method of PWMs. *Technometrics*, **27** (3), 251-61.
9. Jain, D. and V. A. Singh. 1986. Comparison of transformation methods for flood frequency analysis, *Water Resources Bulletin*, **22** (6), 903-12.
10. Khan, S. A., I. Hussain, T. Hussain, M. Faisal, Y. S. Muhammad, and A. M. Shoukry. 2017. Regional Frequency Analysis of Extremes Precipitation Using L-Moments and Partial L-Moments, India. *Advances in Meteorology*. URL: <https://doi.org/10.1155/2017/6954902> (last accessed 10 May 2021).
11. Kottegoda, N. T. dan R. Rosso. 1997. *Statistics, Probability, and Reliability for Civil and Environmental Engineers*. Singapore: McGraw-Hill Co.,Inc.
12. R Core Team. 2020. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.
13. Roy, P. and S. K. De. 2015. A Comparative Approach to Flood Frequency Analysis of the Puthimari River in Assam, India. *Asian J. Spatial Sc.*, **3**, 90-9.
14. Shabri, A. and N. M. Ariff. 2010. On Selection of Probability Distributions of Annual Maximum Daily Rainfalls Using TL-Moments. *Matematika*, **26** (2), 137-51.
15. Shabri, A., U. N. Ahmad, and Z. A. Zakaria. 2011. TL-moments and L-moments Estimation of the Generalized Logistic Distribution. *J. Mathematics Research*, **3** (1), 97-106.