

# ANALISIS KESTABILAN MODEL SEIR UNTUK PENYEBARAN COVID-19 DENGAN PARAMETER VAKSINISASI

*By Miftahul Jannah, dkk.*

## ANALISIS KESTABILAN MODEL SEIR UNTUK PENYEBARAN COVID-19 DENGAN PARAMETER VAKSINISASI

### Stability Analysis of SEIR Model for Covid-19 Spread with Vaccination Parameter

Miftahul Jannah<sup>1\*</sup>, Muhammad Ahsar Karim<sup>2</sup>, Yuni Yulida<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Prodi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Lambung Mangkurat  
Jalan Jend. A. Yani km 36, Banjarbaru, 70714, Kalimantan Selatan, Indonesia

e-mail: <sup>1\*</sup>[1711011120009@mhs.ulm.ac.id](mailto:1711011120009@mhs.ulm.ac.id); <sup>2</sup>[m\\_ahsar@ulm.ac.id](mailto:m_ahsar@ulm.ac.id); <sup>3</sup>[y\\_yulida@ulm.ac.id](mailto:y_yulida@ulm.ac.id)

#### 12 Abstrak

Covid-19 merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh coronavirus disease jenis baru, yaitu SARS-CoV-2. WHO menetapkan penyebaran Covid-19 sebagai darurat kesehatan masyarakat yang meresahkan dunia dan resmi menetapkan Covid-19 sebagai pandemi global sejak 11 Maret 2020. Penyebaran Covid-19 dapat dimodelkan dengan menggunakan model matematika epidemiologi. Pada penelitian ini, dibentuk model epidemik SEIR (Susceptible, Exposed, Infected, and Recovered) dengan memperhatikan faktor vaksinasi yang dinyatakan sebagai parameter, kemudian ditentukan titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasar, serta diberikan analisis kestabilan model.

**Kata Kunci :** Covid-19, Model SEIR, Parameter Vaksinasi, Bilangan Reproduksi Dasar, dan Analisis Kestabilan.

#### 8 Abstract

Covid-19 is an infectious disease caused by a new type of coronavirus disease, namely SARS-CoV-2. WHO has declared the spread of Covid-19 as a public health emergency that is troubling the world and has officially designated Covid-19 as a global pandemic since March 11, 2020. The spread of Covid-19 can be modeled using a mathematical model of epidemiology. In this study, the SEIR (Susceptible, Exposed, Infected, and Recovered) epidemic model was formed by taking into account the vaccination factor expressed as a parameter, then the equilibrium point and basic reproduction number were determined, and the stability analysis of the model was given.

**Keywords :** Covid-19, SEIR Model, Vaccination Parameters, Basic Reproductive Numbers, and Stability Analysis

“ ”

5  
Submitted: xxxxxxxx

Accepted: xxxxxxxx



Open access article under the CC-BY-SA license



## 1. PENDAHULUAN

Sejumlah besar wabah telah terjadi di sejarah manusia yang menyebabkan jutaan orang kehilangan nyawa mereka. Beberapa penyakit telah membuat ribuan orang sekarat setiap tahunnya yang kemudian menjadi endemik. Dalam dua dekade terakhir, ada dua epidemi virus Corona yang telah dilaporkan. Epidemi virus Corona pertama, dikenal sebagai SARS yang telah mempengaruhi lebih dari 8.000 infeksi dengan 800 kematian. Epidemi virus Corona yang kedua disebut MERS, menyebar dari Saudi Arabia ke sejumlah negara lain, dimana sekitar 25.000 individu terinfeksi oleh karenanya hampir ribuan orang kehilangan nyawa mereka. Pada akhir Desember 2019, infeksi respiratorik arah berasal dari kota Wuhan, China, yang dilaporkan bahwa penyebab utama infeksi ini adalah virus Corona baru atau yang lebih dikenal dengan Covid-19 [1]. Pada tanggal 30 Januari 2020, WHO resmi menetapkan kejadian tersebut sebagai Kedaruratan Kesehatan Masyarakat yang Meresahkan Dunia (KKMMD)/ *Public Health Emergency of International Concern* (PHEIC) dan pada tanggal 11 Maret 2020, WHO resmi menetapkan Covid-19 sebagai pandemi [5]. Adanya pandemi Covid-19 membuat para peneliti tertarik melakukan penelitian lebih mendalam di bidang epidemiologi. Peneliti-peneliti tersebut menggunakan berbagai cara untuk memahami prosedur penularan penyakit di dalam masyarakat dan bagaimana cara mengurangi atau mengendalikannya. Salah satu cara yang diharapkan dapat memudahkan penjelasan dan pemahaman tentang proses penyakit menular, yaitu dengan menggunakan pemodelan matematika epidemiologi.

Pada penelitian ini, diperkenalkan model matematika penyebaran Covid-19 dengan memperhatikan faktor vaksinasi yang dinyatakan sebagai parameter, menentukan titik ekuilibrium, kemudian ditentukan titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasar, serta pada bagian akhir diberikan analisis kestabilan model.

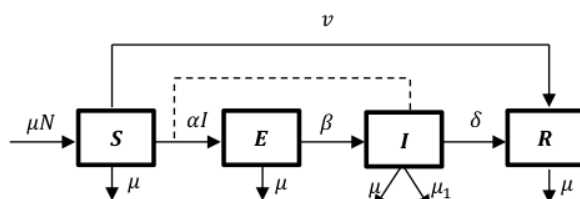
## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini diawali dengan studi pustaka dan literatur [1][6][9][10][12] untuk membangun model matematika yang merepresentasikan dinamika penyebaran Covid-19 pada populasi. Metode yang digunakan untuk membangun model adalah model SEIR dengan adanya parameter vaksinasi. Analisis model didahului dengan menentukan titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasar dengan menggunakan metode matriks *Next Generation*, dilanjutkan dengan melakukan linierisasi pada model dan kestabilan model dapat ditentukan menggunakan teorema kestabilan, dibagian akhir dilakukan simulasi numerik yang digambarkan dalam bentuk grafik untuk memberikan visualisasi dari analisis kestabilan model.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1. Pembentukan Model

Model SEIR untuk penyebaran Covid-19 dengan parameter vaksinasi dikelompokkan menjadi empat subpopulasi, yaitu subpopulasi *Susceptible* ( $S$ ), *Exposed* ( $E$ ), *Infected* ( $I$ ) dan *Recovered* ( $R$ ) yang dapat digambarkan melalui diagram alir berikut.



Gambar 1. Diagram Alir Model SEIR untuk Penyebaran Covid-19

22

Model SEIR pada Gambar 1 dapat dinyatakan dalam sistem persamaan diferensial *nonlinier* berikut.

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \left(\frac{\alpha I}{N} + \mu + v\right)S \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\alpha IS}{N} - (\beta + \mu)E \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - (\mu_1 + \delta + \mu)I \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + vS - \mu R \quad (4)$$

**Tabel 1. Deskripsi Variabel dan Parameter Model SEIR untuk Penyebaran Covid-19**

Variabel/ Parameter	Keterangan
$t$	: Waktu.
$S(t)$	: Subpopulasi rentan terhadap penyakit pada waktu $t$ .
$E(t)$	: Subpopulasi terpapar terhadap penyakit pada waktu $t$ .
$I(t)$	: Subpopulasi terinfeksi terhadap penyakit pada waktu $t$ .
$R(t)$	: Subpopulasi sembuh atau yang telah divaksinisasi terhadap penyakit pada waktu $t$ .
$N(t)$	: Populasi, yaitu $N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$ .
$\mu$	: Laju kelahiran/kematian.
$\alpha$	: Laju kontak individu <i>Susceptible</i> dengan individu <i>Infected</i> .
$\beta$	: Laju kontak perkembangan virus dari individu <i>Exposed</i> menjadi individu <i>Infected</i> .
$\mu_1$	: Laju kematian akibat terinfeksi Covid-19.
$\delta$	: Laju kesembuhan individu yang terinfeksi Covid-19.
$v$	: Laju pemberian vaksin.

Misalkan  $s = \frac{S}{N}$ ;  $e = \frac{E}{N}$ ;  $i = \frac{I}{N}$ ;  $r = \frac{R}{N}$  dan  $n$  sebagai jumlahan dari  $s, e, i$ , dan  $r$  atau  $n = s + e + i + r = 1$ , maka Model SEIR untuk penyebaran Covid-19 dengan parameter vaksinasi dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{ds}{dt} = \mu - (\alpha i + \mu + v)s \quad (5)$$

$$\frac{de}{dt} = \alpha is - (\beta + \mu)e \quad (6)$$

$$\frac{di}{dt} = \beta e - (\mu_1 + \delta + \mu)i \quad (7)$$

$$\frac{dr}{dt} = \delta i + vs - \mu r \quad (8)$$

1

### 3.2. Titik Ekuilibrium dan Bilangan Reproduksi Dasar

Titik ekuilibrium dapat ditentukan dengan memenuhi kondisi  $\frac{ds}{dt} = 0$ ;  $\frac{de}{dt} = 0$ ;  $\frac{di}{dt} = 0$  dan  $\frac{dr}{dt} = 0$  [10], sehingga Persamaan (5), (6), (7) dan (8) menjadi

$$\mu - (\alpha i + \mu + v)s = 0 \quad (9)$$

$$\alpha is - (\beta + \mu)e = 0 \quad (10)$$

$$\beta e - (\mu_1 + \delta + \mu)i = 0 \quad (11)$$

$$\delta i + vs - \mu r = 0 \quad (12)$$

20

#### 3.2.1 Titik ekuilibrium bebas penyakit

Titik ekuilibrium bebas penyakit ( $E_0$ ) adalah kondisi dimana tidak terdapat kelompok populasi yang menderita Covid-19, yaitu saat  $e = i = 0$ , dengan menyelesaikan Persamaan (9), (10), (11) dan (12) diperoleh  $s = \frac{\mu}{\mu+v}$ ;  $e = 0$ ;  $i = 0$ ;  $r = \frac{v}{\mu+v}$  atau dapat ditulis menjadi  $E_0(s, e, i, r) = \left(\frac{\mu}{\mu+v}, 0, 0, \frac{v}{\mu+v}\right)$ .

Selanjutnya, akan ditentukan bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) untuk mengetahui dinamika penyebaran penyakit.

### 3.2.2 Bilangan reproduksi dasar

Bilangan reproduksi dasar dinotasikan dengan  $R_0$  yang merupakan jumlah rata-rata individu infeksi sekunder akibat tertular individu infeksi primer yang masuk sepenuhnya ke dalam subpopulasi rentan,  $R_0$  dapat ditentukan dengan menggunakan metode *Next Generation Matrix* [8]. Misalkan  $x = \begin{pmatrix} e \\ i \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$  menotasikan subpopulasi terinfeksi dari Persamaan (9), (10), (11) dan (12) sehingga diperoleh,

$$\frac{dx}{dt} = \mathcal{F} - \mathcal{V} = \begin{pmatrix} \alpha i s \\ \beta e \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (\beta + \mu) e \\ (\mu_1 + \delta + \mu) i \end{pmatrix}$$

Jacobian dari matriks di atas direpresentasikan oleh

$$D\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha s \\ \beta & 0 \end{pmatrix}; D\mathcal{V} = \begin{pmatrix} (\beta + \mu) & 0 \\ 0 & (\mu_1 + \delta + \mu) \end{pmatrix}$$

Kemudian, jika titik ekuilibrium  $E_0$  disubstitusi maka diperoleh

$$F = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\alpha\mu}{\mu+v} \\ \beta & 0 \end{pmatrix}; V = \begin{pmatrix} (\beta + \mu) & 0 \\ 0 & (\mu_1 + \delta + \mu) \end{pmatrix}$$

Matriks *Next Generation* dapat diperoleh sebagai berikut

$$G = FV^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\alpha\mu}{(\mu+v)(\mu_1+\delta+\mu)} \\ \frac{\beta}{(\beta+\mu)} & 0 \end{pmatrix},$$

dikarenakan  $R_0$  adalah nilai eigen dominan dari matriks  $G$  ( $\rho(FV^{-1})$ )[8], maka bilangan reproduksi dasar dari model SEIR untuk penyebaran Covid-19 dengan parameter vaksinasi adalah

$$R_0 = \frac{\alpha\beta\mu}{(\beta + \mu)(\mu + v)(\mu_1 + \delta + \mu)} \quad (13)$$

### 3.2.3 Titik ekuilibrium endemik

Pada bagian ini, kita menghitung titik ekuilibrium endemik dari model dengan menyelesaikan Persamaan (9), (10), (11) dan (12) saat nilai  $i \neq 0$ , sehingga diperoleh

$$s^* = \frac{\mu}{R_0(\mu+v)};$$

$$e^* = \frac{\mu(R_0-1)}{R_0(\beta+\mu)}, \text{ dengan syarat } R_0 > 1;$$

$$i^* = \frac{(\mu+v)(R_0-1)}{\alpha}, \text{ dengan syarat } R_0 > 1;$$

$$r^* = \frac{\delta(R_0-1)R_0(\mu+v)^2 + \alpha\mu v}{\alpha\mu R_0(\mu+v)} \text{ dengan syarat } R_0 > 1.$$

Dengan demikian, titik ekuilibrium endemik pada model ini adalah

$$E^*(s^*, e^*, i^*, r^*) = \left( \frac{\mu}{R_0(\mu+v)}, \frac{\mu(R_0-1)}{R_0(\beta+\mu)}, \frac{(\mu+v)(R_0-1)}{\alpha}, \frac{\delta(R_0-1)R_0(\mu+v)^2 + \alpha\mu v}{\alpha\mu R_0(\mu+v)} \right)$$

### 3.3. Analisis Kestabilan Model

Berdasarkan Persamaan (5)-(8), dapat ditentukan matriks Jacobian sebagai berikut.

$$J = \begin{pmatrix} -(\alpha i + \mu + v) & 0 & -\alpha s & 0 \\ \alpha i & -(\beta + \mu) & \alpha s & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_1 + \delta + \mu) & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix} \quad (14)$$

#### 3.3.1 Kestabilan Model di Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

**Teorema 1.** Titik ekuilibrium bebas penyakit ( $E_0$ ) dari Persamaan (5)-(8) stabil asimtotik lokal pada saat  $R_0 < 1$ .

**Bukti.** Matriks Jacobian di persekitaran titik ekuilibrium  $E_0$  adalah

$$J_{E_0} = \begin{pmatrix} -(\mu + v) & 0 & \frac{-\alpha\mu}{\mu+v} & 0 \\ 0 & -(\beta + \mu) & \frac{\alpha\mu}{\mu+v} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_1 + \delta + \mu) & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix}$$

Nilai eigen diperoleh menggunakan persamaan karakteristik [4] berikut.

$$\begin{aligned} |J_{E_0} - \lambda I| &= 0 \\ (\mu + \lambda)(\mu + v + \lambda) \left\{ (\beta + \mu + \lambda)(\mu_1 + \delta + \mu + \lambda) - \frac{\alpha\beta\mu}{\mu+v} \right\} &= 0, \text{ diperoleh} \\ \lambda_1 = -\mu < 0; \lambda_2 = -(\mu + v) < 0, \text{ dan} \\ (\beta + \mu + \lambda)(\mu_1 + \delta + \mu + \lambda) - \frac{\alpha\beta\mu}{\mu+v} &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Persamaan (15) digunakan untuk menentukan nilai  $\lambda_3$  dan  $\lambda_4$ , sehingga diperoleh

$$\lambda^2 + (\mu_1 + \beta + \sigma + 2\mu)\lambda + \left( (\beta + \mu)(\mu_1 + \delta + \mu) - \left( \frac{\alpha\beta\mu}{\mu+v} \right) \right) = 0$$

dengan,

$$a_0 = 1 > 0;$$

$$a_1 = \mu_1 + \beta + \sigma + 2\mu > 0;$$

$$a_2 = (\beta + \mu)(\mu_1 + \delta + \mu) - \left( \frac{\alpha\beta\mu}{\mu+v} \right) = (\beta + \mu)(\mu_1 + \delta + \mu)(1 - R_0) > 0, \text{ jika } R_0 < 1.$$

Kestabilan model di titik ekuilibrium dapat diidentifikasi melalui nilai eigen dan nilai eigen dapat diselidiki menggunakan kriteria Routh-Hurwitz [2]. Berdasarkan Persamaan (15), dapat diketahui bahwa bagian riil dari  $\lambda_3$  dan  $\lambda_4$  bernilai negatif ( $Re(\lambda_3, \lambda_4) < 0$ ) dengan syarat  $R_0 < 1$ . Kemudian, karena bagian riil  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , dan  $\lambda_4$  bernilai negatif maka berdasarkan Teorema Kestabilan [7], titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik dengan syarat  $R_0 < 1$ .  $\square$

### 3.3.2 Kestabilan Model di Titik Ekuilibrium Endemik

**Teorema 2.** Titik ekuilibrium endemik ( $E^*$ ) dari Persamaan (5)-(8) stabil asimtotik lokal pada saat  $R_0 > 1$ .

**Bukti.** Dilakukan evaluasi di titik ekuilibrium  $E^*$  pada Persamaan (14), sehingga menghasilkan matriks Jacobian berikut.

$$J_{E^*} = \begin{pmatrix} -((\mu + v)R_0) & 0 & \frac{-\alpha\mu}{R_0(\mu+v)} & 0 \\ (\mu + v)(R_0 - 1) & -(\beta + \mu) & \frac{\alpha\mu}{R_0(\mu+v)} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_1 + \delta + \mu) & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix}$$

Nilai eigen diperoleh menggunakan persamaan karakteristik [4] berikut.

$$|J_{E^*} - \lambda I| = 0$$

$$(\mu + \lambda) \left\{ [((\mu + v)R_0 + \lambda)(\beta + \mu + \lambda)(\mu_1 + \delta + \mu + \lambda)] - \left[ \frac{\alpha\beta\mu}{R_0} + \frac{\alpha\beta\mu\lambda}{R_0(\mu + v)} \right] \right\} = 0,$$

diperoleh

$$\lambda_1 = -\mu < 0, \text{ dan}$$

$$\left[ ((\mu + v)R_0 + \lambda)(\beta + \mu + \lambda)(\mu_1 + \delta + \mu + \lambda) \right] - \left[ \frac{\alpha\beta\mu\lambda}{R_0(\mu + v)} + \frac{\alpha\beta\mu}{R_0} \right] = 0 \quad (16)$$

Persamaan (16) digunakan untuk menentukan nilai  $\lambda_2, \lambda_3$  dan  $\lambda_4$ .

Misalkan  $A = ((\mu + v)R_0) > 0; B = (\beta + \mu) > 0; C = (\mu_1 + \delta + \mu) > 0; D = \frac{\alpha\beta\mu}{R_0(\mu+v)} > 0$  dan  $E = \frac{\alpha\beta\mu}{R_0} > 0$ , maka persamaan (16) menjadi

$$\begin{aligned} (A + \lambda)(B + \lambda)(C + \lambda) - D\lambda - E &= 0 \\ \lambda^3 + (A + B + C)\lambda^2 + (AB + AC + BC - D)\lambda + (ABC - E) &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

dengan,

$$a_0 = 1 > 0;$$

$$a_1 = (A + B + C) > 0;$$

$$a_2 = AB + AC + BC - D;$$

$$a_3 = (ABC - E) > 0, \text{ jika } R_0 > 1.$$

Kestabilan model di titik ekuilibrium dapat diidentifikasi melalui nilai eigen dan nilai eigen dapat diselidiki menggunakan kriteria Routh-Hurwitz [2]. Berdasarkan Persamaan (17), dapat diketahui bahwa bagian riil dari  $\lambda_2, \lambda_3$  dan  $\lambda_4$  bernilai negatif ( $Re(\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) < 0$ ) dengan syarat  $R_0 > 1$ . Selanjutnya, karena

bagian riil  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , dan  $\lambda_4$  bernilai negatif maka berdasarkan Teorema Kestabilan [7], titik ekuilibrium endemik stabil asimtotik dengan syarat  $R_0 > 1$ .  $\square$

### 3.4. Simulasi Numerik

Simulasi numerik model SEIR untuk penyebaran Covid-19 dengan parameter vaksinasi dilakukan dengan menggunakan metode Runge-Kutta Orde Lima [3], bertujuan untuk mendukung analisis kestabilan titik ekuilibrium yang telah di bahas sebelumnya. Simulasi pada kedua titik ekuilibrium dengan menggunakan nilai awal  $s(0) = 0,8; e(0) = 0,07; i(0) = 0,08; r(0) = 0,05$  sebagai berikut.

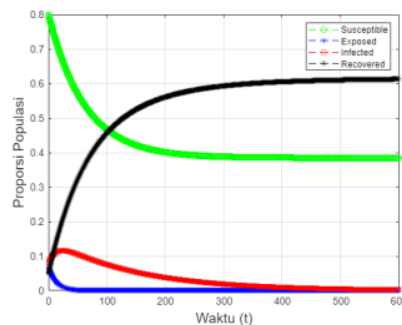
#### 3.4.1 Simulasi Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Simulasi titik ekuilibrium  $E_0(s, e, i, r) = \left(\frac{\mu}{\mu+v}, 0, 0, \frac{v}{\mu+v}\right)$  dapat ditentukan menggunakan nilai awal serta beberapa parameter yang memenuhi syarat  $R_0 < 1$ . Berikut adalah parameter yang digunakan pada simulasi di titik ekuilibrium bebas penyakit dengan interval  $[0;600]$  dan  $h = 0,1$ .

**Tabel 2. Parameter yang digunakan pada simulasi di titik ekuilibrium bebas penyakit**

$\alpha$	$\beta$	$\mu$	$\mu_1$	$\delta$	$v$
0,62	7,14	6,25	6,667	7,344	0,01
$\times 10^{-8}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-4}$	$\times 10^{-7}$	

Simulasi untuk titik ekuilibrium  $E_0$  dapat dilihat pada grafik sebagai berikut.



**Gambar 2. Simulasi Titik Ekuilibrium  $E_0$**

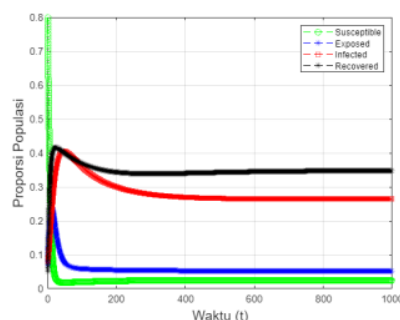
#### 3.4.2 Simulasi Titik Endemik

Simulasi titik ekuilibrium  $E^*(s, e, i, r) = \left(\frac{\mu}{R_0(\mu+v)}, \frac{\mu(R_0-1)}{R_0(\beta+\mu)}, \frac{(\mu+v)(R_0-1)}{\alpha}, \frac{\delta(R_0-1)R_0(\mu+v)^2 + \alpha\mu v}{\alpha\mu R_0(\mu+v)}\right)$  dapat ditentukan menggunakan nilai awal serta beberapa parameter yang memenuhi syarat  $R_0 > 1$ . Berikut adalah parameter yang digunakan pada simulasi di titik ekuilibrium bebas penyakit dengan interval  $[0,1000]$  dan  $h = 0,1$ .

**Tabel 3. Parameter yang digunakan pada simulasi di titik ekuilibrium endemik**

$\alpha$	$\beta$	$\mu$	$\mu_1$	$\delta$	$v$
0,62	7,14	6,25	6,667	7,344	0,08
	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-4}$	$\times 10^{-3}$	

Simulasi untuk titik ekuilibrium  $E^*$  dapat dilihat pada grafik sebagai berikut.



Gambar 3. Simulasi Titik Ekuilibrium  $E^*$

#### 4. KESIMPULAN

Model dibangun dengan empat subpopulasi menghasilkan model SIR untuk penyebaran Covid-19 dengan memperhatikan vaksinasi sebagai parameter. Titik ekuilibrium dari model SEIR terdiri atas titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Analisis kestabilan model menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik lokal pada saat  $R_0 < 1$ , begitu pula pada titik ekuilibrium endemik bersifat stabil asimtotik lokal pada saat  $R_0 > 1$ . Simulasi numerik model SEIR untuk Covid-19 dengan parameter vaksinasi di sekitar titik ekuilibrium dengan parameter yang memenuhi syarat analisis kestabilan dengan beberapa nilai awal memberikan visualisasi dan menjelaskan bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit ( $E_0$ ) dan titik ekuilibrium endemik ( $E^*$ ) stabil asimtotik.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Abdullah, S. Ahmad, S. Owyed, A.H. Abdel-Aty, E.E. Mahmoud, K. Shah and H. Alrabaiah, "Mathematical analysis of COVID-19 via new mathematical model", *Chaos, Solitons and Fractals.*, vol.143, no.110585, pp.1-9, December 2020.
- [2] F. R. Gantmacher, *The Theory of Matrices*. USA : American Mathematical Society, 2000.
- [3] Fardinah, "Solusi Persamaan Diferensial Biasa dengan Metode Runge-Kutta Orde Lima", *Jurnal MSA*, vol.5, no.1, pp.1-7, Juni 2017.
- [4] H. Anton, C. Rorress, and A. Kaul, *Elementary Linear Algebra Application Version, 12th Edition*. USA: John Wiley & Sons Inc, 2019.
- [5] Kementerian Kesehatan RI, *Pedoman Pencegahan dan Pengendalian Coronavirus Disease (Covid-19)*. Jakarta, Indonesia: Kementerian Kesehatan RI, 2020.
- [6] M.A. Karim, and Y. Yulida, "Analisa Pelaksanaan New Normal di Kalimantan Selatan melalui Model Matematika SIRD", *Media Bina Ilmiah (MBI)*, vol. 14, no. 12, pp. 3681-3688, Juli 2020.
- [7] N. Bellomo, and L.Preziosi, *Modelling Mathematical Methods and Scientific Computation.*, Florida : CRC Press,1995.
- [8] P. Driessche. van den and J. Watmough, "Reproduction Numbers and Sub-threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission", *Mathematical Biosciences*, vol. 180, pp. 29-48, June 2002.
- [9] S. Annas, M.I. Pratama, M. Rifandi, W. Sanusi and S. Side, "Stability analysis and numerical simulation of SEIR model for pandemic COVID-19 spread in Indonesia", *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 139, no. 110072, pp. 1-7, July 2020.
- [10] S. L. Ross, *Differential Equation, 3th Edition*. John Wiley and Sons, 2004.
- [11] S. Wiggins, *Introduction To Applied Nonlinear Dynamical Systems And Chaos*. New Delhi: Springer-Verlag, 2003.
- [12] Y. Yulida, and M.A. Karim, "Pemodelan Matematika Penyebaran Covid-19 di Provinsi Kalimantan Selatan", *Media Bina Ilmiah (MBI)*, vol.14, no. 10, pp. 3257-3264, Mei 2020.



# ANALISIS KESTABILAN MODEL SEIR UNTUK PENYEBARAN COVID-19 DENGAN PARAMETER VAKSINISASI

---

ORIGINALITY REPORT

---

# 18%

SIMILARITY INDEX

---

## PRIMARY SOURCES

---

- |   |   |               |
|---|---|---------------|
| 1 | <a href="https://ojs3.unpatti.ac.id">ojs3.unpatti.ac.id</a><br>Internet   | 52 words — 2% |
| 2 | Koko Hermanto, Ryan Suarantalla, Sahdan -. "APLIKASI PROGRAM LINIER INTEGER 0-1 UNTUK MENYUSUN JADWAL USULAN PIKET SATPOL PP", BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan, 2020<br>Crossref               | 40 words — 1% |
| 3 | <a href="https://ejurnal.ung.ac.id">ejurnal.ung.ac.id</a><br>Internet   | 39 words — 1% |
| 4 | <a href="https://research.unissula.ac.id">research.unissula.ac.id</a><br>Internet   | 37 words — 1% |
| 5 | Dian Septi Nur Afifah, Ika Mariana Putri, Tomi Listiawan. "EKSPLOKORASI ETNOMATEMATIKA PADA BATIK GAJAH MADA MOTIF SEKAR JAGAD TULUNGAGUNG", BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan, 2020<br>Crossref | 31 words — 1% |
| 6 | Abd Ullah, Saeed Ahmad, Ghaus ur Rahman, M.M. Alqarni, Emad E. Mahmoud. "Impact of pangolin bootleg market on the dynamics of COVID-19 model", Results in Physics, 2021<br>Crossref                         | 25 words — 1% |

7	repository.uin-suska.ac.id Internet	22 words — 1%
8	repositori.usu.ac.id Internet	18 words — 1%
9	Andi Sulasikin, Yudhistira Nugraha, Juan Kanggrawan, Alex L. Suherman. "Forecasting for a data-driven policy using time series methods in handling COVID-19 pandemic in Jakarta", 2020 IEEE International Smart Cities Conference (ISC2), 2020 Crossref	16 words — 1%
10	B. FIRMANI, L. GUERRI, L. PREZIOSI. "TUMOR/IMMUNE SYSTEM COMPETITION WITH MEDICALLY INDUCED ACTIVATION/DEACTIVATION", Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 2011 Crossref	16 words — 1%
11	m.brilio.net Internet	16 words — 1%
12	jak.stikba.ac.id Internet	14 words — 1%
13	repository.unair.ac.id Internet	14 words — 1%
14	link.springer.com Internet	13 words — < 1%
15	repository.usd.ac.id Internet	13 words — < 1%
16	www.i-scholar.in Internet	13 words — < 1%

17	<a href="http://www.scribd.com">www.scribd.com</a> Internet	13 words — < 1%
18	Aan Febriani, Yollanda Ardhitya Putri, Sharah Ayuni, Saryono Saryono. "Kesehatan mental masyarakat selama pandemi covid-19: Literatur review", Riset Informasi Kesehatan, 2021 Crossref	11 words — < 1%
19	<a href="http://repository.unj.ac.id">repository.unj.ac.id</a> Internet	11 words — < 1%
20	<a href="http://digilib.uinsby.ac.id">digilib.uinsby.ac.id</a> Internet	10 words — < 1%
21	<a href="http://ejournal.uin-suska.ac.id">ejournal.uin-suska.ac.id</a> Internet	10 words — < 1%
22	<a href="http://ejurnal.binawakya.or.id">ejurnal.binawakya.or.id</a> Internet	10 words — < 1%
23	<a href="http://es.scribd.com">es.scribd.com</a> Internet	10 words — < 1%
24	<a href="http://prosiding-pkmcsr.org">prosiding-pkmcsr.org</a> Internet	10 words — < 1%
25	<a href="http://seminar.uny.ac.id">seminar.uny.ac.id</a> Internet	10 words — < 1%
26	<a href="http://www.awambicara.id">www.awambicara.id</a> Internet	10 words — < 1%

