

ISSN: 2502-6526



# PROSIDING

## KONFERENSI NASIONAL

PENELITIAN MATEMATIKA DAN PEMBELAJARANNYA III  
24 Maret 2018 Universitas Muhammadiyah Surakarta

“Membudayakan Literasi Matematika untuk Penguatan Karakter”

Surakarta, 24 Maret 2018

**Penyelenggara:**

Program Studi Pendidikan Matematika  
FKIP UMS

**Program Studi Pendidikan Matematika  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Muhammadiyah Surakarta  
2018**



# **PROSIDING**

## **KONFERENSI NASIONAL**

### **PENELITIAN MATEMATIKA DAN PEMBELAJARANNYA III**

**24 Maret 2018 Universitas Muhammadiyah Surakarta**

*Artikel-artikel dalam prosiding ini telah dipresentasikan pada  
Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya III  
pada tanggal 24 Maret 2018  
di Program Studi Pendidikan Matematika  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Muhammadiyah Surakarta  
2018*

#### **Tim Reviewer Artikel:**

1. Prof. Dr. Budi Murtiyasa, M.Kom
2. Prof. Dr. Sutama, M.Pd
3. Prof. Dr. Ratu Ilma Indra Putri, M.Si.
4. Dr. Laila Fitriana, M.Pd.
5. Dr. Rahmah Johar, M.Pd.
6. Dr. Fajar Adi Kusumo, M.Si.
7. Dr. Makbul Muksar, M.Si.
8. Dyana Wijayanti, Ph.D.
9. Dr. Sumardi, M.Si
10. Dr. Yoppy Wahyu Purnomo, M.Pd.
11. Idris Harta, MA., Ph.D
12. Drs. Slamet Hw., M.Pd.
13. Drs. Ariyanto, M.Pd
14. Masduki, M.Si
15. Dra. Sri Sutarni, M.Pd
16. Dra. N.Setyaningsih, M.Si
17. Rita P.Khotimah, M.Sc

**Program Studi Pendidikan Matematika  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Muhammadiyah Surakarta  
2018**

**SUSUNAN PANITIA  
KONFERENSI NASIONAL PENELITIAN MATEMATIKA DAN  
PEMBELAJARANNYA III**

**PANITIA PENGARAH**

1. Prof. Dr. Budi Murtiyasa, M.Kom
2. Prof. Dr. Utama, M.Pd
3. Dr. Sumardi, M.Si.
4. Idris Harta, PhD.
5. Drs. Slamet HW.,M.Pd.
6. Drs. Ariyanto,M.Pd.
7. Dra. N.Setyaningsih, M.Si.
8. Dra. Sri Sutarni, M.Pd.
9. Rita P. Khotimah, M.Sc.
10. Masduki, M.Si.

**PANITIA PELAKSANA**

Ketua Pelaksana	: Nuqthy F., M.Pd.
Wakil Ketua	: Naufal Ishartono, M.Pd.
Sekretaris	: Mega Eriska Rosaria Purnomo, M.Pd. Christina Kartikasari, M.Sc.
Bendahara	: Rini Setyaningsih, M.Pd.
Sie Kesekretariatan	: Adi Nurcahyo, M.Pd Hirtanto, M.Pd. Suci Junianto, S.Pd.
Sie Acara	: Nuqthy F, M.Pd
Sie Registrasi	: Isnaeni Umi Machromah, M.Pd.
Sie Publikasi	: Ikhsan Dwi S, M.Pd.
Sie Prosiding	: M. Waluyo, M.Sc. M.Toyib, M.Pd.
Sie Pembicara	: M. Noor Kholid, M.Pd. Sri Rejeki, M.Pd., M.Sc.
Sie Konsumsi	: Annisa Swastika, M.Pd. Nida Sri Utami, M.Sc
Sie Perlengkapan dan dokumentasi	: Dimas Adilla P, M.Cs.
Sie sidang parallel	: Lina Dwi Kusnawati, M.Sc.

## **SAMBUTAN DEKAN FKIP UMS**

**Assalamu'alaikum Warahmatullaahi Wabarakaatuh.**

Syukur Alhamdulillah kita panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan segala kenikmatan kepada kita sekalian. Di antara kenikmatan yang telah diberikan kepada kita adalah nikmat kesehatan dan kesempatan sehingga kita dapat mengikuti kegiatan Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya III (KNPMP III) di Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Surakarta ini.

Pada kesempatan ini, saya ingin menyampaikan penghargaan dan ucapan terima kasih kepada seluruh Panitia KNPMP III Tahun 2018 yang telah bekerja keras mencurahkan segenap pikiran dan tenaga untuk mempersiapkan kegiatan konferensi nasional ini. Secara khusus perkenankan saya menyampaikan ucapan terima kasih kepada Dr. Intan Muchtadi, selaku Presiden IndoMS yang berkenan menjadi Pembicara Kunci pada kegiatan konferensi ini. Saya juga menyampaikan ucapan terimakasih kepada Prof. Dr. H. Zulkardi, MI Komp., M.Sc. dan Prof. Drs. Kumaidi, M.A., Ph.D., yang telah berkenan menjadi pembicara utama pada konferensi nasional ini.

Tema konferensi nasional kali ini adalah “Membudayakan Literasi Matematika untuk Penguatan Karakter”. Tema ini sangat relevan dengan peran matematikawan dan pendidik matematika untuk turut serta membantu menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang muncul dalam masyarakat. Dengan kegiatan konferensi ini, diharapkan dapat terjalin komunikasi antar mahasiswa, dosen, guru, dan praktisi serta pemerhati matematika, mampu mendorong untuk terus berkarya, melakukan inovasi demi kemajuan bangsa Indonesia.

Akhirnya saya mengucapkan terima kasih kepada para peserta atas partisipasinya dalam kegiatan konferensi ini. Terimakasih. Selamat mengikuti konferensi.

**Wassalamu'alaikum Warahmatullaahi Wabarakaatuh.**

**Dekan FKIP UMS**

**Prof. Dr. Harun Joko Prayitno, M.Hum.**

## **PRAKATA KETUA PANITIA**

**Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh**

Alhamdulillah, syukur yang tak terkira kita haturkan kepada Allah subhanahu wa ta'ala atas terbitnya prosiding ini.

Usaha dalam penguatan karakter di sekolah telah dimulai sejak diterbitkannya Perpres no. 87 tahun 2017 tentang Program Penguatan Karakter (PPK). Hal ini merupakan bagian dari perubahan Kurikulum 2013 sebagai langkah Pemerintah Indonesia yang bercermin dari buruknya hasil PISA matematika, sains, dan membaca anak Indonesia. Dalam kerangka yang lebih luas, pembangunan karakter peserta didik adalah salah satu cara penguatan revolusi katakter bangsa sebagai bagian dari revolusi mental yang termuat dalam nawacita.

PPK adalah gerakan pendidikan di sekolah untuk memperkuat karakter siswa melalui harmonisasi olah hati (etik), olah rasa (estetis), olah pikir (literasi), dan olah raga (kinestetik) dengan dukungan pelibatan publik dan kerja sama antara sekolah, keluarga, dan masyarakat (Kemendikbud, 2017).

Menurut *Organisation for Economic Co-operation and Development* (OECD 2013) Literasi matematika adalah kemampuan siswa untuk merumuskan, menerapkan, dan menafsirkan matematika dalam berbagai konteks. Lebih dari sekedar penguasaan materi, tetapi juga penggunaan penalaran, konsep, fakta, dan alat matematika dalam menemukan solusi terhadap permasalahan matematika sehari-hari. Tak hanya itu, kemampuan untuk mengomunikasikan dan menjelaskan fenomena yang dihadapi dengan konsep matematika juga merupakan hal penting dari literasi matematika.

Literasi matematika dan program penguatan karakter telah menjadi dua hal yang perlu diupayakan. Program Studi Pendidikan Matematik FKIP UMS peduli dan ingin turut menjadi bagian dari usaha tersebut. Dengan mengambil tema membudayakan literasi matematika untuk menguatkan karakter, Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UMS menyelenggarakan Konferensi Penelitian Matematika dan Pembelajarannya (KNPMP) III pada 24 Maret 2018. KNPMP III merupakan wadah untuk mendesiminasikan dan mengomunikasikan hasil-hasil penelitian dalam bidang matematika dan pembelajaran matematika yang diselenggarakan tiap tahun.

Hasil diseminasi diterbitkan dalam prosiding ini. Semoga prosiding dapat bermanfaat dan memberi kontribusi dalam penelitian, dan pembelajaran matematika utamanya dalam hal literasi matematika dan penguatan karakter bangsa.

**Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.**

**Surakarta, 24 Maret 2018**  
**Ketua panitia**

**Nuqthy Faiziyah, M.Pd.**

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>			
<b>HALAMAN REVIEWER</b>			
<b>HALAMAN SUSUNAN PANITIA</b>			
<b>SAMBUTAN DEKAN</b>			
<b>KATA PENGANTAR</b>			
<b>DAFTAR ISI</b>			
<b>MAKALAH UTAMA</b>			
<b>NO.</b>	<b>NAMA</b>	<b>JUDUL MAKALAH</b>	<b>HALAMAN</b>
1	Zulkardi	MEMBUDAYAKAN LITERASI MATEMATIKA UNTUK PENGUATAN KARAKTER SISWA DAN CALON GURU	1
2	Kumaidi	PENGEMBANGAN PENDIDIKAN MATEMATIKA: VISI SEORANG SPESIALIS PENILAIAN KELAS	5
<b>MAKALAH BIDANG PENDIDIKAN</b>			
<b>NO.</b>	<b>NAMA</b>	<b>JUDUL MAKALAH</b>	<b>HALAMAN</b>
1.	Rikayanti	DESAIN PENGEMBANGAN BAHAN AJAR METODE NUMERIK UNTUK MENDORONG BUDAYA LITERASI MATEMATIKA	19
2.	Rafiq Zulkarnaen	IMPLEMENTASI INTERPRETATION-CONSTRUCTION DESIGN MODEL TERHADAP KEMAMPUAN PEMODELAN MATEMATIS SISWA SMA	24
3.	Uswatun Khasanah	PENGEMBANGAN BAHAN AJAR MATEMATIKA SMP BERBASIS KEMAMPUAN KREATIF SISWA	33
4.	Gabriela Purnama Ningsi	ANALISIS KESALAHAN SISWA DALAM MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA MENURUT LANGKAH-LANGKAH PEMECAHAN MASALAH POLYA	44
5.	Tundung Memolo	MENGAITKAN ASPEK MATERI PRASYARAT DALAM SOAL EKSPLORASI OLIMPIADE GURU NASIONAL MATEMATIKA SMP TAHUN 2017	52
6.	Tundung Memolo	LITERASI MATEMATIKA DALAM PENGOLAHAN DATA STATISTIKA SMP	59
7.	Nur Baiti Nasution	PENGEMBANGAN SOAL CERITA MATEMATIKA BERBASIS MASALAH INTRUSI AIR LAUT DAN ROB	67
8.	Moh. Mahfud Effendi	PENGEMBANGAN KURIKULUM MATEMATIKA SMK: MODEL PIRAMIDA	75
9.	Erlida Nova Sulisetiawati	ANALISIS KEBUTUHAN DESAIN PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS REALISTIK UNTUK SISWA TUNA RUNGU KELAS IV MATERI OPERASI BILANGAN BULAT	84
10.	Anita Kusumaningsih	PENERAPAN SENI LIPAT ORIGAMI UNTUK MEMVISUALISASIKAN BENTUK KURVA PADA BIDANG DATAR	93
11.	Hari Pratikno	PENGEMBANGAN LITERASI MATEMATIKA DALAM PERSPEKTIF ZONE OF PROXIMAL DEVELOPMENT	102
12.	Retna Widyaningsih	ANALISIS LEMBAR KERJA SISWA PADA PERTEMUAN DUA DITINJAU DARI PROSES	108

		BERPIKIR SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA UNTUK MATERI LOGARITMA KELAS X AKUNTANSI DI SMK SWASTA	
13.	Hana Puspita Eka Firdaus	PENYELESAIAN MASALAH MATEMATIKA OLEH SISWA BERGAYA BELAJAR VISUAL	114
14.	Ita Handayani	PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN CORE DALAM MENINGKATKAN DISPOSISI MATEMATIS DITINJAU DARI KEMAMPUAN AWAL MATEMATIKA PESERTA DIDIK SMP NEGERI DI JAKARTA SELATAN	123
15.	M. Nurudin	ANALISIS IMPLEMENTASI MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF STAD DENGAN METODE EKSPERIMENBERBASIS AFL	133
16.	Sutaya	UPAYA MENINGKATKAN PEMAHAMAM KONSEP DIMENSI TIGA MENGGUNAKAN PENDEKATAN PEMBELAJARAN REALISTIK PADA SISWA KELAS XII MIPA UNGGULAN 1 SMA NEGERI 1 CAWAS, KABUPATEN KLATEN TAHUN PELAJARAN 2017/2018	143
17.	Basuki Rahmat	MENUMBUHKAN KREATIVITAS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MENGGUNAKAN BANSHO	151
18.	Abdulah Sugeng Triyuwono	UPAYA PENCEGAHAN KEKERASAN TERHADAP PEREMPUAN, PERGAULAN BEBAS MELALUI PENDEKATAN PEMBELAJARAN REALISTIK BERBASIS BUDAYA DAN KEARIFAN LOKAL MENGGUNAKAN KONSEP PEMAHAMAN SUKU SEJENIS / TAK SEJENIS PADA PESERTA DIDIK KELAS XI BB 3 SMK NEGERI 2 GEDANGSARI	159
19.	Rahmatika Nur Mutatohirina	PERBEDAAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA DITINJAU DARI FREKUENSI WAKTU BELAJAR DAN GAYA BELAJAR PADA SISWA SMP KELAS VII	165
20.	Binta Anggitasari	GAYA DAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN	171
21.	Hidayatun	GAYA BELAJAR DAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA KELAS VII SEKOLAH MENENGAH PERTAMA	181
22.	Imas Anisa'ul Mufarikhah	DESAIN PEMBELAJARAN LITERASI MATEMATIKA MELALUI MODEL PERMAINAN BENTENG TAKESI (TERAMPIL, KREATIF DAN IMAJINASI)	189
23.	Nurani	PENINGKATAN AKTIVITAS DAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA MELALUI MODEL PEMBELAJARAN THINK PAIR SHARE (TPS) BERBANTUAN GEOGEBRA	198
24.	Florensius Widodo Yulianto	DESAIN PEMBELAJARAN DENGAN PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK (PMR)PADA TOPIK SISTEM PERSAMAAN LINEAR DAN KUADRAT (SPLK)	207
25.	Dinar Noviyanti	HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA SMP DENGAN STRATEGI PROBLEM POSING DAN PROBLEM BASED LEARNING	216
26.	Burhan Taufiq Hidayat	KONTRIBUSI KEAKTIFAN SISWA, FASILITAS BELAJAR, DAN PERGAULAN DI SEKOLAH	224

		TERHADAP MOTIVASI DAMPAKNYA PADA HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA SMP	
27.	Nur Irmawanti	FAKTOR DETERMINAN MOTIVASI DAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA SMP NEGERI 1 SURAKARTA	232
28.	GABRIELA PURNAMA NINGSI	ANALISIS KEMAMPUAN MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA SISWA SMP SE-KABUPATEN MANGGARAI RAYA	240
29.	Farly Oktriany Haning	WORKSHOP PMRI: SOLUSI ALTERNATIF MENGATASI MISKONSEPSI GURU SEKOLAH DASAR DI DAERAH TERPENCIL	249
30.	Widya Arum Tri Andini	PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN STRATEGI TWO STAY TWO STRAY DAN THINK PAIR SHARE DITINJAU DARI KOMUNIKASI MATEMATIKA SISWA	259
31.	Ikhrom Marfu'ah	KESALAHAN DALAM MENYELESAIKAN SOAL CERITA SISTEM PERSAMAAN LINIER DUA VARIABEL PADA SISWA KELAS X SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN	268
32.	Fitri Miladina	PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN STRATEGI STUDENTS TEAMS ACHIEVEMENT DIVISION DAN TWO STAY TWO STRAY DITINJAU DARI KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH	278
33.	Sumargiyani	PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE THINK PAIR SHARE TERHADAP HASIL BELAJAR PERSAMAAN DIFERENSIAL	288
34.	Marfu'ah Nur Cahyanti	KONTRIBUSI MOTIVASI DAN FASILITAS BELAJAR TERHADAP KEMANDIRIAN BELAJAR DAN DAMPAKNYA PADA HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA SMP	295
35.	Anita Rahayuningrum	ANALISIS PROSES PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN PENDEKATAN MODEL ELICITING ACTIVITIES (MEAS) TERHADAP HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA KELAS VII SMP	304
36.	Yayun Mu'tasimah	PEMBELAJARAN ELABORASI DENGAN MEDIA KERANGKA LINGKARAN UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA MATERI TRIGONOMETRI SISWA KELAS X IIS3	311
37.	Irma Ludyana Sari	PEMBELAJARAN MODEL PENEMUAN TERBIMBING DENGAN PENDEKATAN SAINTIFIK PADA MATERI PERBANDINGAN DITINJAU DARI ADVERSITY QUOTIENT SISWA KELAS VIII SMP NEGERI DI KABUPATEN SRAGEN TAHUN PELAJARAN 2016/2017	318
38.	Sardulo Gembong	SKEMA SISWA SD UNTUK MENJUMLAHKAN BILANGAN PECAHAN DENGAN MENGGUNAKAN GAMBAR	323
39.	Agapitus Hendrikus Kaluge	PEMBELAJARAN LITERASI MATEMATIKA BERBASIS BUDAYA LOKAL DI NUSA TENGGARA TIMUR (MODEL PLMBL)	331
40.	Ziyana Endah Khairun Nisa'	PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN ARITMETIKA UNTUK ANAK SMP/MTS MELALUI KARYA SASTRA BERUPA FLASH FICTION	340



41.	Siti Nur Rohmah	PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE STUDENT TEAMS ACHIEVEMENT DIVISION (STAD) DALAM UPAYA MENINGKATKAN PERAN AKTIF MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA PADA MATA KULIAH KALKULUS DIFERENSIAL	349
42.	Nunung Fajar Kusuma	STUDI LITERATUR: MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE MOOD, UNDERSTAND, RECALL, DETECT, ELABORATE, REVIEW (MURDER) DENGAN PENDEKATAN CONTEXTUAL TEACHING AND LEARNING (CTL) DALAM MENINGKATKAN PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA SISWA	354
43.	Widayati	PENINGKATAN SIKAP DAN HASIL BELAJAR TEORI RING MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN ARTIKULASI PADA MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA SEMESTER 4 FKIP UNIVERSITAS AHMAD DAHLAN YOGYAKARTA. TAHUN AKADEMIK 2016/2017	363
44.	Adi Priyogo	PENGARUH KARAKTERISTIK BERPIKIR TERHADAP PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA SISWA SMP	374
45.	Georgina Maria Tinungki	MENINGKATKAN KEYAKINAN DIRI MAHASISWA MENYELESAIKAN TUGAS-TUGAS PADA MATA KULIAH TEORI PELUANG	380
46.	Ayu Pradiptarani	IMPLEMENTASI MODEL PEMBELAJARAN DISCOVERY LEARNING BERBASIS MIND MAPPING DITINJAU DARI KOMUNIKASI MATEMATIKA (KELAS VII SMP NEGERI 3 SRAGEN)	388
47.	Devi Nurmalaningrum	PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN MODEL PEMBELAJARAN TWO STAY TWO STRAY DAN THINK PAIR SHARE DITINJAU DARI KREATIVITAS BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 2 KARANGDOWO	397
48.	Ita Chairun Nissa	PENINGKATAN LITERASI MATEMATIKA MELALUI PEMBELAJARAN ELPSA (EXPERIENCE, LANGUANGE, PICTORIAL, SYMBOLIC, APPLICATION)	406
49.	Nining Setyaningsih	SKEMA SISWA SMP DALAM MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA: STUDI KASUS BERDASARKAN GENDER	417
50.	Rita P Khotimah	IMPLEMENTASI PEMBELAJARAN PETA KONSEP PADA MATERI SISTEM BILANGAN RIIL	426
51.	<b>MAKALAH BIDANG MATEMATIKA</b>		
52.	Riza Indriani Rakhmalia	PENERAPAN METODE SPATIAL AUTOREGRESSIVE MODEL PADA PEMETAAN DAERAH DI INDONESIA BERDASARKAN GIZI BURUK TAHUN 2016	434
53.	Susilo Hariyanto	KAJIAN HUBUNGAN ANTARA OPERATOR ACCRETIVE DAN OPERATOR NON NEGATIF	442
54.	Dwi Sari Utami	PENGELOMPOKAN DATA YANG MEMUAT PENCILAN DENGAN KRITERIA ELBOW DAN KOEFISIEN SILHOUETTE (ALGORITME K-MEDOIDS)	448
55.	Restuning Gustiasih	MODEL GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED DENGAN EROR	457

		AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTIC (GSTARI-ARCH)	
56.	Suryani	ESTIMASI PARAMETER MODEL GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE (GSTAR) MENGGUNAKAN METODE GENERALIZED LEAST SQUARE (GLS)	465
57.	M. Fariz Fadillah Mardianto	PREDIKSI CADANGAN KLAIM ASURANSI PENDIDIKAN DENGAN PENDEKATAN REGRESI NONPARAMETRIK DERET FOURIER	473
58.	Triano Nurhikmat	APLIKASI ASSOCIATION RULES DENGAN MENGGUNAKAN ALGORITMA APRIORI DALAM MENDETEKSI POLA PENYAKIT DBD (STUDI KASUS : PASIEN DBD PUSKESMAS CANGKRINGAN SLEMAN)	481
59.	Rizcka Indah Hani Pratama	MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE WITH EXOGENOUS VARIABLE (VARMAX)	490
60.	Hanifah Listya Ningrum	MODEL PERIODIC AUTOREGRESSIVE WITH EXOGENOUS VARIABLE DAN ESTIMASI PARAMETERNYA DENGAN METODE KUADRAT TERKECIL DUA TAHAP	498
61.	Pridharma Jadmiko  Hani Rahayu	PENERAPAN TEORI ROUGH SET DENGAN METODE ALGORITMA IF-THEN DALAM ATURAN PENGAMBILAN KEPUTUSAN KEJADIAN KECELAKAAN LALU LINTAS DI KABUPATEN SLEMAN	507
62.	M Zamroni Rosyadi, M Fachry Rahman	ANALISIS KLUSTER TERHADAP FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI PENYALAHGUNAAN NAPZA DI DAERAH YOGYAKARTA	516
63.	NUR HIDAYAH	PROFILLING DATA DASAR PUSKESMAS DI DIY BERDASARKAN TENAGA KESEHATAN MENGGUNAKAN CLUSTER HIERARKI	523
64.	Lathifatul Aulia	PENDEKATAN MOMEN UNTUK METODE MAGNITUDE PADA BILANGAN TRAPEZOIDAL FUZZY	533
65.	Bana Ali Fikri, Sendhyka Cakra Pradana	PENGELOMPOKAN DAN PEMETAAN PENYAKIT TUBERKULOSIS PARU MENURUT PROVINSI DI INDONESIA TAHUN 2016 MENGGUNAKAN ANALISIS CLUSTER K-MEANS	541
66.	Dimas Agung Yulianto	BERBAGAI MACAM PENGUNCI LAYAR (LOCK SCREEN) SMARTPHONE	549
67.	SHODIQ MUHAMMAD	ANALISIS MANOVA SATU ARAH PADA DATA STATUS GIZI BALITA DI INDONESIA TAHUN 2015	557
68.	Denisha Intan Perihatini	PERAMALAN HARGA CABAI MERAH BESAR KERITING KABUPATEN BANYUMAS MENGGUNAKAN METODE ARIMA BOX-JENKINS	567
69.	Rizky Dwi Novyantika  Mazna Yuniarti	ANALISIS CLUSTER PENDERITA DISABILITAS MENTAL DI PROVINSI DAERAH ISTIMEWA YOGYAKARTA TAHUN 2016	577
70.	Djoko Untoro Suwarno	VISUALISASI OPERASI KONVOLUSI MENGGUNAKAN FREEWARE OCTAV	587
71.	Muhammad Ulinnuha	ANALISIS PENGARUH PENGGUNAAN LAPTOP TERHADAP KESEHATAN MAHASISWA FMIPA	594

		UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA DENGAN REGRESI LOGISTIK ORDINAL	
72.	Adwi Guntur Prasetyo	ANALISIS PERSEPSI MAHASISWI FMIPA UII TERHADAP PEMBALUT HERBAL	607
73.	Aninditya Anggari Nuryono	NAVIGASI OBJEK VIRTUAL BERGERAK BEBAS UNTUK AUGMENTED REALITY MENGGUNAKAN KAMERA 3D INTEL REALSENSE	615
74.	Aninditya Anggari Nuryono	STUDI ANALISIS PERBANDINGAN ALGORITME PATHFINDING PADA SIMULASI UNITY 3D	625
75.	Hamid Muhammad Jumasa	PENERAPAN CASE-BASED REASONING DALAM MENGETAHUI POTENSI PRODUKTIVITAS PADA LAHAN PERKEBUNAN KELAPA SAWIT	634
76.	F. Anthon Pangruruk	PREDIKSI HARGA SAHAM DENGAN INTERPOLASI POLINOM NEWTON GREGORY MAJU	644
77.	Joko Wisnu Catur	PENANAMAN KARAKTER PADA PERBANDINGAN TRIGONOMETRI SUDUT PEMBATAK KUADRAN DENGAN LSP, ALAT PERAGA	651
78.	Rahma Yuliaty Kashi	ANALISIS CLUSTER TERHADAP DATA IMUNISASI POLIO DI INDONESIA TAHUN 2016 MENGGUNAKAN METODE SELF ORGANIZING MAPS (SOMS)	657
79.	Pardi Affandi	KENDALI OPTIMAL PADA PENENTUAN INTERVAL WAKTU DAN DOSIS OPTIMAL PADA PENYAKIT MALARIA	664
80.	Naela Faza Fariha	PEMILIHAN MODEL REGRESI TERBAIK DALAM KASUS PENGARUH PREMI, KLAIM, HASIL INVESTASI DAN HASIL UNDERWRITING TERHADAP LABA ASURANSI JIWA (STUDI KASUS PT ASURANSI JIWASRAYA (PERSERO))	674
81.	Widya Putri Nurmawati	PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI TANAMAN JAGUNG DI KABUPATEN GROBOGAN DENGAN MODEL ARIMA BOX-JENKINS MENGGUNAKAN PROGRAM R	685
82.	Reny Roswita dkk	ANALISIS SURVIVAL UNTUK MENGESTIMASI TINGKAT KETAHANAN HIDUP BALITA PENDERITA PNEUMONIA	694
83.	Dewi Retno Sari Saputro	PROPORSIONALITAS AUTOKORELASI SPASIALINDEKS MORANDAN INDEKS LOCAL INDICATOR OF SPATIAL ASSOCIATION (LISA)	701
84.	Agustina Riyanti	PEMODELAN DERAJAT KESEHATAN DI PULAU PAPUA DENGAN MENGGUNAKAN STRUCTURAL EQUATION MODELING PARTIAL LEAST SQUARE	711
85.	Zuraidah Fitriah	PENGEMBANGAN ALGORITMA GENETIKA UNTUK OPTIMASI RUTE DISTRIBUSI BAHAN PANGAN UTAMA INDONESIA	722
86.	Andi Nurhanna Manthovani	PENGELOMPOKAN JUMLAH KASUS TUBERCULOSIS PARU DI INDONESIA MENGGUNAKAN CLUSTER K-MEANS TAHUN 2016	731
87.	Wahyudi	MENYELESAIKAN SOAL PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA (TIPE: A SPECIAL TRANSFORMATION) DENGAN PROSEDUR YANG SISTEMATIS	741

88.	Rahayu Kia Sandi, Pertiwi Bekti Utami	PENGELOMPOKKAN JUMLAH KASUS PENYAKIT PNEUMONIA PADA BALITA MENURUT PROVINSI DAN KELOMPOK UMUR DI INDONESIA TAHUN 2016	748
89.	Dwitika Diah Pangestuti	PENGAPLIKASIAN DYNAMIC PROGRAMMING UNTUK MASALAH MAXIMUM SUM SUBRECTANGLE PADA ARRAY 2-DIMENSI	757

# KENDALI OPTIMAL PADA PENENTUAN INTERVAL WAKTU DAN DOSIS OPTIMAL PADA PENYAKIT MALARIA

Pardi Affandi <sup>1)</sup>, Faisal <sup>2)</sup> Nur Salam <sup>3)</sup>

<sup>1,2,3)</sup> FMIPA ULM Prodi Matematika

p\_affandi@unlam.ac.id

## Abstrak

Dalam penelitian ini dibahas terbentuknya model penyebaran malaria mengikuti model SIR yang terdiri dari tiga kompartemen kelompok susceptible (rentan), kelompok infected (terinfeksi) dan kelompok recovered (sembuh). Terlebih dahulu dibentuk model persamaan diferensialnya. Dari model ditentukan titik kestabilan dari sistem sehingga diperoleh titik endemik dan titik ekuilibrium bebas penyakit. Langkah selanjutnya menggunakan Kendali optimal berupa pengaruh dosis obat pada model yang terbentuk dengan melibatkan Hamiltonian dan maksimum Pontryagin, selanjutnya dari model dilakukan simulasi untuk dapat mengetahui pengaruh kontrol obat untuk menentukan interval waktu optimum, dan dosis optimal pada model penyebaran malaria yang terbentuk.

**Kata Kunci:** 3-5 Hamiltonian; Kendali optimal; dan maksimum Pontryagin.

## 1. PENDAHULUAN

Malaria adalah penyakit menular akibat gigitan nyamuk Anopheles betina yang mengandung plasmodium. Penyakit ini pertama kali ditemukan oleh Charles Alphonse Laveran pada tahun 1880 di Aljazair, dalam bentuk gametosit plasmodium *falciparum* (bentuk pisang). Plasmodium tersebut akan berkembang biak dalam sel darah manusia. Penyebab penyakit secara alami (natural), melalui gigitan nyamuk anopheles betina. Penyakit ini menyerang semua orang baik laki-laki maupun perempuan. Gejala yang timbul setelah terinfeksi seperti demam, menggigil, berkeringat, sakit kepala, mual, bahkan muntah berdasarkan laporan dari Kementerian Kesehatan Republik Indonesia dalam Infodatin Pusat Data dan Informasi (2016).

Tingkat penularan malaria disuatu wilayah ditentukan, Reservoir, dicerminkan oleh prevalensi kasus, Vektor kesesuaian spesies atau strain nyamuk anopheles sebagai vektor, tingkat berkembang biaknya, jarak terbang, kebiasaan istirahat, kebiasaan makan dan jumlahnya. Hospes manusia baru, yang dimaksud adalah adanya kelompok manusia non imun yang masuk wilayah endemis, kondisi iklim setempat, kondisi geografis dan hidrografis, ditambah dengan aktivitas dan tingkah laku manusia, mempengaruhi tingkat penyebaran dan akses mereka kepada tempat-tempat berkembang dan habitat nyamuk-nyamuk anopheles. Salah satu wilayah yang sesuai untuk tempat tersebut adalah daerah Kalimantan Selatan.

Kalimantan Selatan juga rawan terhadap penyakit malaria disebabkan pekerjaan masyarakatnya masih banyak berada di sekitar hutan seperti pekerja tambang, pendulang emas, pencari hasil hutan bahkan yang tinggal ditepi hutan berdasarkan laporan Dinas Kesehatan Kalimantan Selatan (2013). Salah satu media elektronik lokal (Borneo News, 2014) mengabarkan terdapat dua kabupaten yang masuk kategori endemik malaria yaitu Tanah Bumbu dan Kotabaru. Sepanjang tahun 2012, dari data Dinas Kesehatan Kalimantan Selatan tercatat 9.385 kasus malaria atau sebesar 0,00248% dari jumlah penduduknya.

Pemberantasan malaria selalu dilakukan oleh pemerintah melalui Dinas Kesehatan Kalimantan Selatan (2016) dan pencapaiannya sudah mengalami peningkatan, namun masih menjadi suatu masalah dan perlu upaya yang lebih keras untuk mencapai target bebas malaria 2020. Salah satu cara untuk memberantas penyakit yaitu dengan mengendalikannya. Pengendalian tersebut dapat dilakukan melalui pemodelan matematika. Ross (1911) pertama kali memodelkan penyebaran penyakit malaria menggunakan model matematika yang terdiri dari dua kompartemen yaitu manusia yang terinfeksi malaria dan nyamuk yang terinfeksi malaria. Kemudian Kermack & McKendrick (1927) mengenalkan salah satu model epidemik dasar yaitu SIR. Model ini terdiri dari tiga kompartemen yaitu Susceptible (rentan) selanjutnya menggunakan kontrol optimal melalui kendali penggunaan obat. Terlebih dahulu dipresentasikan model matematika terbentuknya penyebaran malaria. Kemudian beberapa bentuk ilustrasi model yang akan digunakan sehingga diperoleh kurva dengan bantuan aplikasi program Matlab.

## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan dengan kajian literature terkait dengan beberapa penelitian sebelumnya terkait tentang pembentukan model penyakit malaria. Hasil kajian tersebut menjadi dasar untuk menyusun asumsi awal serta penentuan model awal yang dapat diimplementasikan nantinya dengan menggunakan uji model sehingga model bersifat valid, akurat dan reliable. Selanjutnya menyelesaikan masalah kestabilan dari model dan memberikan faktor kendali pada model dengan menggunakan prinsip Pontryagin dengan melibatkan fungsi Hamiltonian sehingga diperoleh solusi kontrol dengan pemberian obat untuk mencegah penyakit Malaria.

## 3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dibahas tentang pembentukan model matematika malaria. Selanjutnya menentukan titik kestabilan, model berikutnya di kembangkan dengan menggunakan variable kendali berupa pemberian obat. Kemudian beberapa bentuk ilustrasi model yang dipakai dengan menggunakan Matlab.

### 3.1 Pembentukan Model Penyebaran Malaria

Penderita penyakit malaria dengan gametosit menjadi sumber penularan dengan perantara adalah nyamuk sebagai vektor. Manusia merupakan reservoir yang penting, namun penyakit ini ditularkan melalui gigitan nyamuk anopheles betina yang mengandung parasit spesies plasmodium. Kebanyakan berlangsung secara alami (natural), yaitu melalui gigitan nyamuk anopheles betina, jarang penularan melalui transfusi darah dan atau transplantasi sumsum tulang. Apabila nyamuk anopheles betina menghisap darah yang mengandung gametosit, kemudian di dalam tubuh nyamuk terjadi pembuahan yang menghasilkan zigot. Zigot berkembang menjadi ookinet kemudian menembus dinding lambung nyamuk. Pada dinding luar lambung nyamuk ookinet akan menjadi okista dan selanjutnya menjadi sporozoit yang bersifat infeksius dan siap ditularkan ke manusia. Pada saat nyamuk menghisap darah manusia,

sporozoid akan masuk ke dalam peredaran darah. Sekitar 9 sampai 14 hari sesudah manusia digigit maka muncul gejala malaria.

Penyakit malaria merupakan salah satu penyakit epidemik dan dapat dimodelkan dalam model matematika. Pembentukan model penyebaran malaria ini mengikuti model SIR yang terdiri dari tiga kompartemen yaitu :

1. Kelompok susceptible (rentan) yang selanjutnya dinotasikan dengan  $S(t)$  yaitu jumlah individu yang rentan terhadap penyakit malaria pada waktu  $t$ .
2. Kelompok infected (terinfeksi) yang selanjutnya dinotasikan dengan  $I(t)$  yaitu jumlah individu yang terinfeksi penyakit malaria pada waktu  $t$ .
3. Kelompok recovered (sembuh) yang selanjutnya dinotasikan dengan  $R(t)$  yaitu jumlah individu yang sembuh dari penyakit malaria pada waktu  $t$ .

Adapun asumsi-asumsi yang digunakan pada model penyebaran malaria adalah hanya terdapat penyakit malaria dalam populasi, Penyakit menyebar melalui kontak antara individu dengan nyamuk, Setiap individu yang lahir langsung masuk dalam kelompok *susceptible*, Individu yang terinfeksi malaria dapat sembuh dari penyakit dan dapat mengalami kematian hanya disebabkan karena penyakit dan individu yang terinfeksi malaria dapat sembuh karena siklus malaria yang singkat dan adanya kekebalan tubuh alami.

Berdasarkan asumsi-asumsi parameter-parameter yang digunakan pada model penyebaran malaria didefinisikan sebagai berikut :

- $B$  : banyaknya kelahiran individu (konstan)
- $\beta$  : laju penularan penyakit malaria
- $\alpha$  : laju kesembuhan penyakit malaria
- $\mu$  : laju kematian alami
- $d$  : laju kematian karena penyakit malaria

Model penyebaran penyakit malaria diperoleh dari sistem persamaan diferensial nonlinier sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= B - \mu S - \beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - (\alpha + d)I \quad \frac{dR}{dt} = \lambda I - \mu R \end{aligned} \quad (3.1)$$

Persamaan (3.1) disebut sebagai model penyebaran malaria.

### 3.2 Analisis Kestabilan Model Penyebaran Malaria

Model penyebaran malaria ini mempunyai dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Berdasarkan definisi, titik ekuilibrium persamaan (3.1) diperoleh dari  $\frac{dS}{dt} = 0$   $\frac{dI}{dt} = 0$   $\frac{dR}{dt} = 0$  dengan demikian :

$$B - \mu S - \beta SI = 0 \quad (3.2)$$

$$\beta SI - (\alpha + d)I = 0 \quad (3.3)$$

$$\lambda I - \mu R = 0 \quad (3.4)$$

Untuk menentukan titik ekuilibrium, persamaan (3.3) dibentuk menjadi  $\beta SI - (\alpha + d)I = 0$  diperoleh  $I = 0$  atau  $\beta S - (\alpha + d) = 0$

$$\text{Sehingga diperoleh nilai } S = \frac{(\alpha+d)}{\beta} \quad (3.5)$$

### 3.2.1 Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Titik ekuilibrium bebas penyakit yaitu suatu kondisi di mana tidak ada lagi penyakit yang menyerang atau tidak ada lagi individu yang terinfeksi penyakit jika  $I = 0$  disubstitusi ke persamaan (3.2) maka diperoleh :

$$B \cdot \mu S - \beta SI = 0 \text{ sehingga diperoleh } \dot{S} = \frac{\beta}{\mu}. \text{ Kemudian jika } I = 0 \text{ disubstitusi ke persamaan (3.4) maka diperoleh : } \lambda I - \mu R = 0 \text{ diperoleh nilai } R = 0. \text{ Sehingga diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit yaitu } E_0 = \left(\frac{\beta}{\mu}, 0, 0\right). \quad (3.6)$$

### 3.2.2 Titik Ekuilibrium Endemik

Titik ekuilibrium endemik yaitu suatu kondisi di mana penyakit yang menyerang masih ada dan masih menyebar. Jika  $I \neq 0$  maka  $\beta S - (\alpha + d) = 0$  (3.7)

$$\text{sehingga nilai pada persamaan } S = \frac{(\alpha+d)}{\beta} \quad (3.8)$$

Kemudian substitusikan persamaan (3.8) ke persamaan (3.2) maka diperoleh :

$$I = \frac{B\beta - \mu(\alpha+d)}{\beta(\alpha+d)} \quad (3.9)$$

Selanjutnya substitusi persamaan (3.9) ke persamaan (3.4) maka diperoleh :  $R = \alpha \left[ \frac{B\beta - \mu(\alpha+d)}{\beta\mu(\alpha+d)} \right]$  Sehingga diperoleh titik endemik yaitu  $E_1 = \left( \frac{(\alpha+d)}{\beta}, \frac{B\beta - \mu(\alpha+d)}{\beta(\alpha+d)}, \frac{B\beta\alpha - \mu\alpha(\alpha+d)}{\beta\mu(\alpha+d)} \right)$ .

### 3.2.3 Linierisasi Sistem di Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Kestabilan suatu titik ekuilibrium ditentukan dengan melinierisasi menggunakan matrik Jacobian. Kestabilan sistem perlu diselidiki untuk dapat melakukan kontrol terhadap sistem tersebut.

Selanjutnya persamaan (3.1) dimisalkan  $f_1 = B \dot{\mu} S - \beta SI$   $f_2 = \beta SI - (\alpha + d)I$   $f_3 = \lambda I - \mu R$  Fungsi  $f_1, f_2$  dan  $f_3$  diturunkan terhadap  $S$  diperoleh :  $\frac{\partial f_1}{\partial S} = -\beta I - \mu$   $\frac{\partial f_2}{\partial S} = \beta I$   $\frac{\partial f_3}{\partial S} = 0$ . Fungsi  $f_1, f_2$  dan  $f_3$  diturunkan terhadap  $I$  diperoleh :  $\frac{\partial f_1}{\partial I} = -\beta S$   $\frac{\partial f_2}{\partial I} = \beta S - (\alpha + d)$   $\frac{\partial f_3}{\partial I} = \lambda$  Fungsi  $f_1, f_2$  dan  $f_3$  diturunkan terhadap  $R$  diperoleh :  $\frac{\partial f_1}{\partial R} = 0$   $\frac{\partial f_2}{\partial R} = 0$   $\frac{\partial f_3}{\partial R} = -\mu$  berdasarkan proses penurunan di atas, dibentuk matriks Jacobian dari persamaan (3.1) sebagai berikut :  $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -\beta I - \mu & -\beta S & 0 \\ \beta I & \beta S - (\alpha + d) & 0 \\ 0 & \alpha & -\mu \end{bmatrix}$  Persamaan karakteristik  $|J - \lambda I| = 0$  sehingga diperoleh



$(-\beta I - \mu - \lambda)[\beta S - (\alpha + d) - \lambda](-\mu - \lambda) - \mu\beta^2 IS - \lambda\beta^2 IS = 0$   
 untuk menentukan nilai eigen dari model penyebaran malaria di titik ekuilibrium bebas penyakit, maka substitusi  $E_0 = \left(\frac{\beta}{\mu}, 0, 0\right)$  ke persamaan (3.9) sehingga diperoleh persamaan karakteristik dan nilai eigen yang diperoleh dari model penyebaran malaria adalah  $\lambda_{1,2} = -\mu$  dan  $\lambda_3 = \beta\frac{\beta}{\mu} - (\alpha + d)$ . Diperoleh  $\lambda_{1,2}$  bernilai negatif karena kematian alami selalu bernilai positif sehingga nilai eigennya negatif, sedangkan  $\lambda_3$  akan bernilai negatif jika  $\beta\frac{\beta}{\mu} - (\alpha + d)$  di mana  $\beta\frac{\beta}{\mu}$  adalah jumlah dari populasi yang terinfeksi artinya ketika jumlah populasi terinfeksi lebih kecil daripada jumlah individu yang sembuh ditambah individu yang mengalami kematian baik akibat penyakit maka nilai eigen bernilai negatif. Sehingga lama-kelamaan sistem akan stabil menuju titik ekuilibrium bebas penyakit.

### 3.2.4 Kendali Optimal untuk Model Penyebaran Malaria

Setelah diperoleh sistem stabil selanjutnya permasalahan berikutnya adalah melakukan kontrol pada model penyebaran Malaria. Dari sistem persamaan dapat dilakukan kontrol optimal untuk pengobatan malaria. Kontrol optimal tersebut bertujuan untuk meminimumkan jumlah populasi retikulosit terinfeksi. Meminimumkan jumlah retikulosit yang terinfeksi diberikan tindakan kontrol  $u(t)$ . Kontrol  $u(t)$  yaitu upaya untuk mengurangi jumlah retikulosit terinfeksi dengan melakukan pengobatan. Persamaan *state* yaitu:

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t) \text{ dan } \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{I} \\ \dot{R} \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \dot{x} = \begin{bmatrix} B - \beta SI - \mu S \\ \beta SI - (\alpha + d)I \\ \lambda I - \mu R \end{bmatrix}$$

Yang merupakan model penyebaran malaria sebelum diberi pengontrol  $u(t)$ . Dengan adanya faktor kontrol  $u(t)$  dengan  $0 \leq u(t) \leq 1$ , yang berusaha mengobati  $S$  berupa jumlah individu yang susceptible berarti sejumlah individu yang belum terinfeksi dan rentan untuk terinfeksi. Pada persamaan  $\dot{S}$  dan  $\dot{I}$  sel retikulosit yang diinfeksi nyamuk disimbolkan dengan  $\beta SI$ . Variabel kontrol  $u(t)$  berupa obat malaria diberikan ketika tubuh manusia diserang nyamuk dan sel retikulosit mulai terinfeksi. Pada kasus ini, efisiensi obat  $0 \leq u(t) \leq 1$ , berarti menyatakan rentang banyaknya sel retikulosit yang akan diberikan perlakuan obat sehingga memberikan perubahan pada penyakit ataupun tidak memberikan perubahan pada penyakit. Kemudian, untuk mengetahui nilai  $u(t)$  yang optimal maka nilai pengontrol adalah  $1 - u(t)$  sehingga perubahan model setelah diberi pengontrol sebagai berikut:  $\frac{dS}{dt} = B - \mu S - \beta SI(1 - u(t))$   $\frac{dI}{dt} = \beta SI - (\alpha + d)I(1 - u(t))$   $\frac{dR}{dt} = \lambda I - \mu R$

dengan kondisi batas  $t_0 < t < t_1$  dan  $0 \leq u(t) \leq 1$

Dengan  $t_0$  adalah waktu awal,  $t_1$  adalah waktu akhir,  $x(t)$  adalah variabel state (keadaan) dan  $u(t)$  adalah variabel kontrol. Persamaan *fungsi*

*objektif* dinyatakan sebagai sistem dari keadaan awal ke keadaan akhir, Sehingga persamaan *fungsi objektif* adalah sebagai berikut :

$$J = \min_u \int_{t_0}^{t_1} (A + C_1 u^2) + dt$$

di mana  $A_i$  adalah konstanta bobot yang bersesuaian dengan sel retikulosit terinfeksi. Kuadratik biaya dari variabel kontrol dipilih untuk memperhatikan kerugian yang diakibatkan oleh efek samping atau over dosis dari variabel kontrol itu karena makin banyak dosis obat berarti makin besar biaya demikian juga sebaliknya, dan  $C_1$  adalah konstanta positif yang disesuaikan dengan kuadrat kontrol untuk menyeimbangkan ukuran suku-sukunya. Fungsi obyektif  $J(u)$  ini memberi perlakuan dosis obat yang bertujuan meminimalkan jumlah sel retikulosit yang terinfeksi.

Pada persamaan terdapat dua persamaan yang dipengaruhi oleh  $\dot{S}$  dan  $\dot{I}$ . Pada persamaan  $\dot{S}$  dan  $\dot{I}$  sel retikulosit yang diinfeksi nyamuk disimbolkan dengan  $\beta SI$ . Variabel kontrol  $u(t)$  berupa obat malaria diberikan ketika tubuh manusia diserang nyamuk dan sel retikulosit mulai terinfeksi.

Masalah minimisasi dengan performance functional atau fungsi tujuan berbentuk  $J(u)$  dapat diselesaikan dengan *prinsip maksimum Pontryagin* yaitu terlebih dahulu diubah ke dalam bentuk masalah memaksimalkan  $J^*(u)$  dengan  $J^*(u) = -J(u)$ . Dimana fungsi  $f$  dan  $\lambda$  adalah menghubungkan dengan fungsi konstrain dari persamaan differensialnya. Kemudian solusinya akan dihubungkan dengan *prinsip Pontryagin maksimum*.

Pada dasarnya prinsip maksimum *Pontryagin* memiliki titik tekan pada syarat perlu untuk optimalitas dalam menyelesaikan permasalahan kendali optimal. Konstruksi awal permasalahan kendali optimal pada teorema utama prinsip maksimum Pontryagin ini adalah permasalahan kendali optimal dengan waktu akhir ditentukan (*priori fix*) dan keadaan akhir yang tidak ditentukan (*not priori specified*). Dilakukan langkah menentukan fungsi Hamiltonian yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} H(x(t), u(t), \lambda(t), t) &= L(x(t), u(t), t) + \lambda(t)f(x(t), u(t), t) \\ &= (A_i + C_1 u_1^2) + \\ &\quad (\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3) \begin{bmatrix} B - \mu S - \beta SI(1 - u[(t)]) \\ \beta SI - (\alpha + d)I(1 - u[(t)]) \\ \lambda I - \mu R \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Langkah selanjutnya variabel kontrol dan variabel state masing-masing adalah  $u^*(t)$  dan  $x^*(t)$  harus memenuhi :  $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$  sehingga diperoleh  $2C_1 u_t + \lambda_1(\beta S)I - \lambda_2(\beta S)I + \lambda_2(\alpha + d)I = 0$ . Dan diperoleh  $u_t = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\beta SI) - \lambda_2(\alpha + d)I}{2C_1}$  yang diperoleh secara optimal nilainya dapat dinyatakan sebagai  $u^*(t)$ . Diperoleh nilai  $u^*(t)$  diperoleh menjadi  $u_t^* = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\beta SI) - \lambda_2(\alpha + d)I}{2C_1}$ .

Sehingga diperoleh kemungkinan sebagai berikut:

$$u_t^* = \begin{cases} \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\beta SI) - \lambda_2(\alpha + d)I}{2C_1} & \text{jika } 0 < \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\beta SI) - \lambda_2(\alpha + d)I}{2C_1} < 1 \\ 0, & \text{jika } \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\beta SI) - \lambda_2(\alpha + d)I}{2C_1} \leq 0 \\ 1 & \text{jika } \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\beta SI) - \lambda_2(\alpha + d)I}{2C_1} \leq 0 \end{cases}$$

Kemungkinan kedua pada perhitungan didapatkan nilai  $u^*(t)$  pada kasus ini kerja obat tidak optimal dengan batasan  $0 \leq u^*(t) \leq 1$  sehingga nilai  $u^*(t) = 0$ . Kemudian, kemungkinan ketiga pada perhitungan didapatkan nilai  $u^*(t)$  dalam pada kasus ini perhitungan melewati ambang batas pemberian obat yaitu  $0 \leq u^*(t) \leq 1$  sehingga nilai  $u^*(t) = 1$ .

Selanjutnya, dari ketiga kemungkinan nilai  $u^*(t)$  yang diperoleh maka dapat ditentukan nilai  $u^*(t)$  yang optimal pada langkah ketiga. Sehingga diperoleh

$$u_t^* = \min \left( \max \left( \left( 0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\beta SI) - \lambda_2(\alpha + d)I}{2C_1} \right), 1 \right) \right)$$

Berdasarkan kasus ini  $u^*(t)$  pada persamaan di atas merupakan  $u^*(t)$  optimal menyatakan maksimal dari kerja obat dengan pemberian obat yang minimal. Kemudian, langkah selanjutnya adalah menyelesaikan persamaan state karena pada bentuk pengontrol  $u^*(t)$  mengandung variabel state (S,I,R) yaitu sebagai berikut:

$\dot{x}^* = \frac{\partial H}{\partial \lambda}$  sehingga diperoleh persamaan state yang optimal :

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \frac{dS}{dt} = B - \mu S - \beta SI(1 - u^*[(t)]) \\ \dot{I} &= \frac{dI}{dt} = \beta SI - (\alpha + d)I(1 - u^*[(t)]) \\ \dot{R} &= \frac{dR}{dt} = \lambda I - \mu R \end{aligned}$$

Selain variabel state juga terdapat variabel costate ( $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  dan  $\lambda_3$ ) pada bentuk pengontrol  $u^*(t)$ , maka perlu diselesaikan persamaan costate untuk mendapatkan persamaan costate yang optimal. Sehingga **costate** dari persamaan adalah :  $\dot{\lambda}^* = \frac{\partial H}{\partial x}$

$$\begin{aligned} \lambda_1 (B - \mu S - \beta SI(1 - u[(t)]) + \lambda_2(\beta SI - (\alpha + d)I(1 - u[(t)])) + \lambda_3(\lambda I - \mu R) \\ \dot{\lambda}_1 &= -(1 - \lambda_1 k - \lambda_1 \beta I + \lambda_1 \beta I - \lambda_2 \beta I u[(t)]) \\ \dot{\lambda}_2 &= \frac{\partial H}{\partial I} = -(-\lambda_2 \beta + -\lambda_3 \gamma) \\ \dot{\lambda}_3 &= \frac{\partial H}{\partial R} = -(\lambda_1 \alpha S - \lambda_1 \alpha S u + \lambda_2 \alpha S u[(t)]) - \lambda_3 k \end{aligned}$$

Kemudian, mensubstitusikan persamaan  $u^*(t)$  yang telah diperoleh ke dalam persamaan state untuk memperoleh bentuk solusi yang optimal. Berikut hasil sistem persamaan optimal yang didapatkan:

$$\dot{S} = B - \mu S - \beta SI \left[ \min \left( \max \left( \left( 0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\beta SI) - \lambda_2(\alpha + d)I}{2C_1} \right), 1 \right) \right) \right]$$

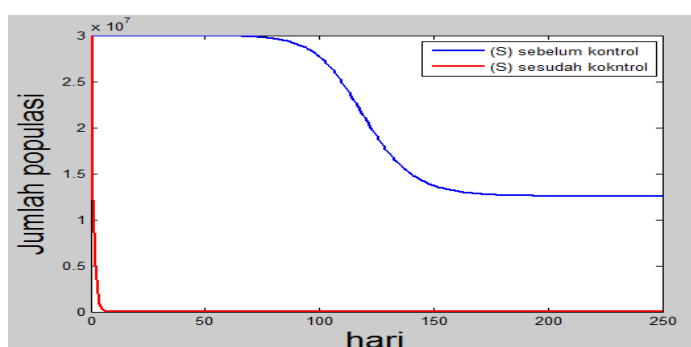
$$\dot{I} = \beta SI - (\alpha + d)I \left[ \min \left( \max \left( \left( 0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\beta SI) - \lambda_2(\alpha + d)I}{2C_1} \right), 1 \right) \right) \right]$$

$$\dot{R} = \lambda I - \mu R$$

Berdasarkan uraian maka diperoleh, untuk mendapatkan S, I dan R dari bentuk  $u^*(t)$  yang optimal maka perlu menyelesaikan persamaan state dan costate .

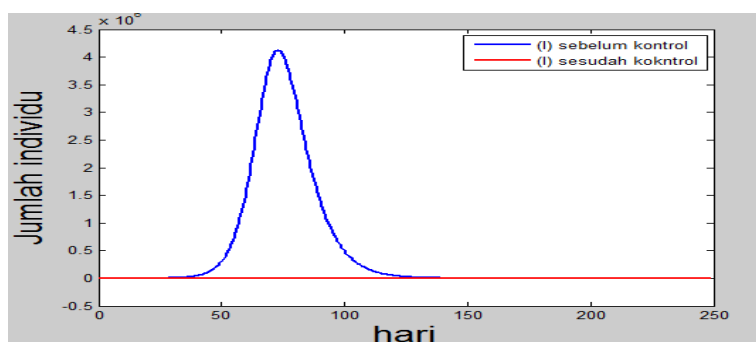
### 3.2.5 Ilustrasi Numerik

Pada bagian ini terdapat sebuah kasus ilustrasi numerik, dengan data merujuk pada [Makinde]. Berikut adalah grafik-grafik yang memperlihatkan pengaruh vaksinasi pada masing-masing kompartemen terhadap waktu.



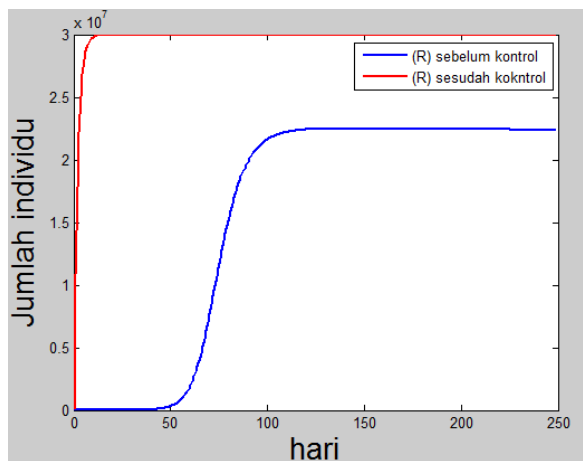
Gambar 1. Pengaruh Vaksinasi pada Individu Susceptible

Pada gambar 1 jumlah susceptible semakin berkurang dengan diberikan vaksin kontrol, sehingga ada perbedaan pada Individu Susceptible tanpa dengan adanya vaksinasi.



Gambar 2. Pengaruh Vaksinasi pada Individu Infected

Pada gambar 2 jumlah Individu Infected semakin berkurang dengan diberikan vaksin kontrol, sehingga ada perbedaan pada Individu Infected tanpa dengan adanya vaksinasi.



Gambar 3. Pengaruh Vaksinasi pada Individu Recovered

Pada gambar 3 jumlah Individu Recovered semakin berkurang dengan diberikan vaksin kontrol, sehingga ada perbedaan pada Individu Recovered tanpa dengan adanya vaksinasi.

#### 4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dari penelitian ini maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

Solusi Kontrol optimal model malaria dapat diselesaikan dengan Pontryagin Maksimum. Kondisi awal yang mewakili sel retikulosit dan jumlah populasi sel retikulosit sangat berpengaruh terhadap jumlah dosis obat (kontrol) yang diberikan, semakin besar jumlah populasi sel retikulosit yang diberikan maka semakin besar pula jumlah dosis obat yang akan diberikan. Sehingga interval waktu yang diperlukan bagi dosis obat untuk bereaksi atau bekerja dalam menghambat pertumbuhan sel retikulosit sangat dipengaruhi oleh jumlah populasi sel retikulosit dan jumlah dosis obat yang diberikan.

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

- Arsin, A.A. (2012). Malaria di Indonesia Tinjauan Aspek Epidemiologi. Masagena Press, Makassar.
- Affandi, P., (2017). Optimal Control Model of Malaria Spread in South Kalimantan, 135-147 Ahmad Dahlan International Conference on Mathematics and Mathematics Education, 135-147.
- Affandi, P., (2015). Optimal Inventory Control System With Stochastic Demand. Ethar, Indonesia. 2016(3), 302 – 313.
- Affandi, P., (2015). Optimal Inventory Control Stochastic With Production Deteriorating. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 300 (2018) 012019 doi:10.1088/1757-899X/300/1/012019.
- Bellomo, N.& L. Preziosi. (1995). Modelling Mathematical Method and Scientific Computation .CRC press, Florida.

- Borneo News. 2014. *Kalimantan Selatan Rawan Malaria*.  
<http://www.borneonews.co.id/berita/46-kalimantan-selatan-rawan-malaria>.
- Braun, M. 1992. *Differential Equation and Their Application-Fourth Edition*. Springer-Verlag, New York.
- Dinas Kesehatan Kalimantan Selatan. 2013. *Profil Kesehatan Kalimantan Selatan 2012*. Dinkes Kalsel, Banjarmasin.
- Dinas Kesehatan Kalimantan Selatan. 2016. *Rencana Strategis Dinas Kesehatan Provinsi Kalimantan Selatan*. Dinkes Kalsel, Banjarmasin.
- Driessche, P & Watmough, J. 2005. *Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission*. *Mathematical Bioscience*.





# Southbat

No: 025/KNPMP III/D.3-III/III/2018

Diberikan kepada:

**Pardi Affandi**

atas partisipasinya sebagai  
**PEMAKALAH**  
dengan judul

**KENDALI OPTIMAL PADA PENENTUAN INTERVAL WAKTU  
DAN DOSIS OPTIMAL PADA PENYAKIT MALARIA**

dalam acara

**Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya III  
yang diselenggarakan oleh Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UMS  
pada tanggal 24 Maret 2018**



Dekan FKIP

Prof. Dr. Harun Joko Prayitno, M. Hum.



Ketua Panitia

M. Pd.