

ISBN : 978-602-61597-0-0

**PROSIDING  
SEMINAR NASIONAL  
MATEMATIKA DAN TERAPANNYA I  
(SEMNAS MANTAP I)**

*"Membangun SDM Berjiwa Technopreneur  
dengan Pendidikan Matematika dan  
Aplikasi Matematika"*

**Program Studi Matematika FMIPA  
Universitas Lambung Mangkurat (ULM)  
Banjarbaru, 22 April 2017**



# **PROSIDING**

## **SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN TERAPANNYA I (SEMNAS MANTAP I)**

**Membangun SDM yang Berjiwa Technopreneur  
dengan Pendidikan dan Aplikasi Matematika**

**Peyunting Ahli:**

**Dewi Sri Susanti, M.Si.  
Drs. Faisal, M.Si.  
Aprida Siska Lestia, M.Si.**

**Program Studi Matematika FMIPA  
Universitas Lambung Mangkurat (ULM)  
Banjarbaru, 22 April 2017**

# **PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN TERAPANNYA I (SEMNAS MANTAP I)**

Banjarbaru, 22 April 2017

## **Membangun SDM yang Berjiwa Technopreneur dengan Pendidikan dan Aplikasi Matematika**

X, 177 halaman, 29,7 cm

---

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

Copyright @ 2017

ISBN: 9786026159700

### **Peyunting Ahli:**

Dewi Sri Susanti, M.Si.

Drs. Faisal, M.Si.

Aprida Siska Lestia, M.Si.

### **Desain Layout dan Sampul:**

Oni Soesanto, M.Si.

### **Diterbitkan oleh:**

Program Studi Matematatika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Lambung Mangkurat

### **Alamat Penerbit:**

Jalan Jend. A. Yani Km. 35,800 Banjarbaru 70714

Telp. Fakultas (0511) 4773112, Telp. PS Mat (0511) 4774167

Email: [semnasmantap@gmail.com](mailto:semnasmantap@gmail.com)

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
PENERBIT.....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI.....	iv

### MAKALAH UTAMA:

#### MATEMATIKA HUMANISTIK-REALISTIK

Prof. Dr. Sutarto Hadi, M.Si., M.Sc.....	2
--	---

#### KONTRIBUSI PEMODELAN MATEMATIKA DALAM MENENTUKAN PENGELOMPOKAN SIFAT KIMIAWI BIJI COKLAT

Dr. Agus Yodi Gunawan.....	6
----------------------------	---

### MAKALAH PENDAMPING:

#### EVALUASI BAGAN KENDALI $\bar{F}_m$ UNTUK PROSES *SHORT-RUN* BERDASARKAN NILAI ARL

Darmanto.....	14
---------------	----

#### DIMENSI WAKTU DALAM PENANGGALAN PRASASTI

Agung Prabowo, Agus Sugandha dan Agustini Tripena Br. Sb.....	21
---	----

#### PERHITUNGAN GALAT DERET COSINUS DENGAN KOEFISIEN DARI KLAS BARISAN BERVARIASI TERBATAS SUPREMUM

Moch. Aruman Imron.....	25
-------------------------	----

#### PERAMALAN JUMLAH PENDERITA HIV/AIDS DI KABUPATEN BANYUMAS DENGAN METODE WINTER ADITIF

Agung Prabowo dan Nugroho Sapto Yudanto Yudasubrata.....	30
--	----

#### BIFURKASI PADA MODEL LOGISTIK DENGAN FAKTOR PEMANENAN KONSTAN

Firman Nurrobi, Yuni Yulida, Faisal.....	36
--	----

#### MODEL MANGSA PEMANGSA DENGAN MANGSA YANG

TERINFEKSI	42
<b>Yeni Rahkmawati, Yuni Yulida, Faisal</b> .....	
PEMODELAN DAN ANALISIS SENSITIVITAS PENGARUH PENGUNAAN KONDOM DAN TERAPI ANTIRETROVIRAL PADA MODEL PENYEBARAN HIV/AIDS	49
<b>Marsudi</b> .....	
ANALISIS KEPUTUSAN UNTUK PERKEMBANGAN WISATA MENGUNAKAN METODE DEMATEL DAN ANP(Studi Kasus: Desa Adat Kemiren Banyuwangi)	56
<b>Sobri Abusini, Echa Ayu Fatmawati</b> .....	
KONSTRUKSI KODE HAMMING-[7,4,3] DARI <i>FINITE PROJECTIVE PLANE</i> ORDER 2	61
<b>Vira Hari Krisnawati</b> .....	
PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA QUASI LINIER MENGGUNAKAN METODE KRYLOFF DAN BOGOLIUBOFF	68
<b>Shely Adlini, Yuni Yulida, Faisal</b> .....	
IMPLEMENTASI FUZZY ANALYTICAL NETWORK PROCES (FANP) PADA ANALISA SWOT STRATEGI PROMOSI	74
<b>Eni Puji Lestari, Oni Soesanto, Radityo Adi Nugroho</b> .....	
KENDALI OPTIMAL PADA INVENTORI DENGAN MODEL PRODUKSI STOKASTIK	85
<b>Pardi Affandi, Faisal, Nur Salam</b> .....	
PENDEKATAN DISTRIBUSI <i>PREDICTIVE</i> POSTERIOR BAYESIAN PADA MODEL CURAH HUJAN	91
<b>Suci Astutik, Umu Sa'adah, Supriatna A., Rauzan Sumara</b> .....	
ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI GENERALIZED GAMMA DENGAN MENGGUNAKAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD	95
<b>Elya Priska, Dewi Sri Susanti, Yuni Yulida</b> .....	
HUBUNGAN PSEUDOPRIMA EULER DENGAN PSEUDOPRIMA DAN PSEUDOPRIMA STRONG	100
<b>Hariyadi, Thresye, Akhmad Yusuf</b> .....	
ANALISIS REGRESI POISSON TERBOBOTI SECARA GEOGRAFIS (RPTG)	

# KENDALI OPTIMAL PADA INVENTORI DENGAN MODEL PRODUKSI STOKASTIK

Pardi Affandi<sup>1</sup>, Faisal<sup>2</sup>, Nur Salam<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Program Studi Matematika FMIPA UNLAM

Jl. A. Yani Km 36 Banjarbaru, Kalimantan, Indonesia. Tel/HP/ 081349499131 Fax(0511)4663375  
email: [p\\_affandi@unlam.ac.id](mailto:p_affandi@unlam.ac.id)

## Abstrak

Banyak permasalahan yang melibatkan teori sistem dan teori kontrol serta aplikasinya. Beberapa referensi teori yang mengaplikasikan teori kontrol ke dalam masalah inventori adalah Sprzeuzkouski (1967), Hwang, Fan dan Erickson (1967), Pekelman (1974), Bensoussan, Affandi P. (2011). Masalah klasik dalam masalah inventori adalah bagaimana mengatur perubahan permintaan konsumen pada sebuah produk barang jadi. Masalah ini salah satunya dapat dimodelkan dan diselesaikan dengan menggunakan teknik kontrol optimal. Model matematika dari masalah permintaan inventori dapat bersifat deterministik dan juga probabilitik atau disebut stokastik. Dalam penelitian ini akan dibahas bagaimana model inventori dengan produksi stokastik serta bagaimana menyelesaikan bentuk model inventori tersebut menggunakan teknik kontrol optimal.

**Kata Kunci:** masalah inventori, produksi stokastik, kontrol optimal.

## 1. PENDAHULUAN

Masalah inventori termasuk salah satu masalah yang berkembang secara pesat. Masalah yang timbul sangat kompleks, diantaranya masalah produksi yang didalamnya mengandung ketidakpastian, yang jumlahnya sangat berpengaruh terhadap inventori yang tersedia. Perusahaan melakukan produksi besar menginginkan cukup pasokan untuk memenuhi permintaan pelanggan, tapi produksi terlalu banyak kenaikan dapat meningkatkan biaya dan risiko kerugian melalui terjadi keusangan atau kerusakan barang. Produksi terlalu kecil meningkatkan risiko kehilangan penjualan dan akibatnya kehilangan pelanggan. Dibutuhkan metode yang tepat mengatur jumlah barang yang diproduksi dalam tingkat yang menyeimbangkan risiko permintaan dan risiko kekurangan. Dalam penelitian ini dibahas model matematika dari masalah inventori Inventori dengan Model Produksi Stokastik serta bagaimana menyelesaikan bentuk model inventori tersebut menggunakan teknik optimal kontrol.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

Unsur ketidakpastian sangat berperan dalam model inventori. Perusahaan menginginkan cukup pasokan untuk memenuhi permintaan pelanggan, tapi produksi terlalu banyak kenaikan dapat

meningkatkan biaya dan risiko kerugian melalui terjadi keusangan atau kerusakan barang. Produksi terlalu kecil meningkatkan risiko kehilangan penjualan dan akibatnya kehilangan pelanggan. Manajer sumber daya harus mengatur jumlah barang yang disimpan dalam tingkat yang menyeimbangkan risiko permintaan dan risiko kekurangan. Manajer operasi harus dapat mengatur jadwal produksi induk mengingat sifat tepat dari perkiraan masa depan tuntutan dan lead time dari proses manufaktur. Situasi ini umum, dan jawaban yang didapatkan dari analisis deterministik sangat sering tidak memuaskan.

Sehingga model produksi bersifat stokastik akan memberikan jawaban yang lebih sesuai untuk diharapkan. Sehingga dalam bab ini memberikan perkembangan baru dalam studi stokastik model persediaan produksi. Kontrol optimal stokastik dari perencanaan model produksi barang akan disajikan dalam model berikut. Solusi dari model ini akan dibentuk melalui dari persamaan Hamilton-Jacobi-Bellman dengan fungsi nilai tertentu yang diketahui. Asumsi dari model ini adalah untuk menggeneralisasi dari bentukan Sethi dan Thomson (2000). Harapan tingkat produksi yang optimal, tingkat persediaan yang optimal dan Fungsi

nilai saat optimal diperoleh sebagai fungsi waktu. Sensitivitas analisis model ini dengan parameter sistem, yang dibagi dan disajikan ke dalam kategori parameter moneter dan nonmoneter.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1 Model Matematika

Estimasi keadaan optimal untuk sistem linear dengan noise dan pengukuran noise. Juga akan didefinisikan proses white noise untuk memperoleh filter Kalman-Bucy untuk sistem waktu kontinu. Selanjutnya akan diperkenalkan kemungkinan mengendalikan sistem yang diatur oleh Ito dalam persamaan diferensial stokastik. Dengan kata lain, akan diperkenalkan kontrol variabel menjadi versi nonlinear dari persamaan sebelumnya. Ini menghasilkan rumusan masalah kontrol optimal stokastik. Perlu dicatat bahwa untuk masalah seperti itu, prinsip pemisahan tidak berlaku secara umum. Oleh karena itu, untuk mempermudah dalam perawatan, sering diasumsikan bahwa state variabel dapat diamati, dalam arti bahwa state variabel dapat langsung diukur. Selanjutnya, sebagian besar literatur tentang masalah ini menggunakan pemrograman dinamis atau kerangka Hamilton-Jacobi-Bellman untuk menentukan prinsip maksimum stokastik. Berikut akan diberikan rumusan masalah kontrol optimal stokastik dengan menyediakan, pengembangan informal yang singkat dari bentuk penyelesaian konsep Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) untuk solusi persamaan masalah tersebut.

#### 3.2 Optimal Control Inventori Produksi Stokastik

Berikut ini akan diperkenalkan notasi dan simbol yang digunakan dalam model inventori produksi stokastik. Dalam penelitian ini digunakan generalisasi model yang diperoleh Sethi dan Thompson (2000). Asumsi yang digunakan dengan menganggap pabrik menghasilkan homogen baik tunggal dan memiliki produk yang jadi dalam gudang. Untuk menggambarkan keadaan dari model berikut di definisikan parameter dan variabel dalam sistem, adalah sebagai berikut:

- $X_t$  : tingkat persediaan pada waktu  $t$ ,
- $U_t$  : tingkat produksi pada waktu  $t$ ,
- $S(t)$  : tingkat permintaan pada waktu  $t$ ,
- $T$  : panjang periode perencanaan,
- $X$  : tingkat tujuan persediaan pabrik,
- $\hat{u}$  : tingkat tujuan produksi pabrik,

- $x_0$  : tingkat persediaan awal,
- $h$  : koefisien biaya penyimpanan persediaan,
- $c$  : koefisien biaya produksi,
- $B$  : nilai sisa per unit persediaan saat  $T$ ,
- $z_t$  : proses Wiener standar,
- $\sigma$  : koefisien difusi.

Tingkat tujuan persediaan pabrik X adalah tingkat safety stock bahwa perusahaan ingin untuk menjaga jumlah inventori yang aman dalam penyimpanan. Juga, produksi pabrik tingkat tujuan U adalah tingkat yang paling efisien yang diinginkan untuk menjalankan pabrik. Dengan menggunakan notasi di atas, dapat digambarkan kondisi model. Persamaan

$$X(t) = u(t) - S(t), \quad x(0) = x_0, \quad (3.1)$$

pertama adalah persamaan aliran model, itu adalah:

yang menyatakan bahwa tingkat persediaan pada waktu  $t$  meningkat dengan produksi dan semakin berkurang dengan adanya permintaan. Kemudian persamaan (3.1) dapat digeneralisasi menjadi model stokastik. Dengan membuat asumsi tingkat inventori  $x_t$  mengikuti persamaan Ito

$$dX_t = (U_t - S)dt + \sigma dz_t, \quad X_0 = x_0$$

dinyatakan sebagai  $w(t) dt$ , dimana  $w(t)$  adalah sebagai proses white noise. Proses ini dapat diartikan sebagai penjualan pengembalian atau pembusukan persediaan yang acak di alam. Dalam model ini tidak ada pembatasan laju produksi menjadi negatif. Ini berarti bahwa diizinkan pembuangan ( $u_t < 0$ ). Hal ini menyatakan kondisi di mana sebuah pembuangan tidak diperlukan. Selanjutnya tingkat persediaan diperbolehkan untuk menjadi negatif.

Solusi dari masalah ini akan dilakukan dengan menggunakan dimodifikasi Hamilton-Jacobi yang Prinsip yang dihasilkan oleh persamaan Hamilton-Jacobi-Bellman disebut bahwa puas dengan fungsi nilai tertentu. Sekarang, masalahnya adalah untuk meminimalkan total biaya yang diharapkan yang ditentukan oleh integral fungsional berikut:

$$J(u) = E \left\{ \int_0^T [c(U_t - u)^2 + h(X_t - x)^2] dt + B X_T \right\}. \quad (3.3)$$

Asumsikan bahwa  $V(x, t)$  menunjukkan nilai minimum total biaya yang diharapkan dari  $t$  menuju  $T$  dengan  $X_t = x$  menggunakan kebijakan optimal dari  $t$  ke  $T$ . Kemudian fungsi diberikan oleh:

$$V(x, t) = \min_u E \left\{ \int_t^T [c(U_s - \bar{u})^2 + h(X_s - \bar{x})^2] ds + B X_T \right\}. \quad (3.4)$$

Oleh karena itu nilai fungsi  $V(x, t)$  harus memenuhi Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) persamaan

$$0 = \max_u \left\{ -c(u - \bar{u})^2 - h(x - \bar{x})^2 + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}(u - S) + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right\}. \quad (3.5)$$

dengan kondisi batas  $V(x, T) = Bx$ .  
(3.6)

Sekarang untuk memaksimalkan ekspresi sehubungan dengan  $u$  dengan mengambil turunannya sehubungan dengan  $u$  dan pengaturan ke nol. Prosedur hasil ini

$$\frac{\partial V}{\partial x} - 2c(u - \bar{u}) = 0. \quad (3.7)$$

Oleh karena itu, tingkat produksi optimal yang meminimalkan total biaya dapat dinyatakan sebagai fungsi dari fungsi dengan ditentukan nilai persamaan yang diketahui pada saat dalam bentuk:

$$u(x, t) = \frac{1}{2c} \frac{\partial V}{\partial x} + \bar{u}. \quad (3.8)$$

Dengan substitusi (3.8) ke (3.5) akan diperoleh persamaan

$$0 = - \left[ \frac{1}{4c} \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 - h(x - \bar{x})^2 \right] + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \left[ \frac{1}{2c} \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \bar{u} - S(t) \right] + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}. \quad (3.9)$$

Ini adalah persamaan diferensial parsial nonlinier yang harus dipenuhi oleh nilai fungsi  $V(x, t)$  dengan kondisi batas (3.6).

Penting untuk dicatat bahwa jika tingkat produksi menjadi nonnegatif, maka tingkat produksi yang optimal akan berubah menjadi

$$u(x, t) = \max \left\{ 0, \frac{1}{2c} \frac{\partial V}{\partial x} + \bar{u} \right\}. \quad (3.10)$$

### 3.3 Solusi Model Hamilton-Jacobi-Bellman Equation

Dalam bagian ini kita akan mendapatkan solusi dari perencanaan masalah produksi stokastik dengan tingkat permintaan yang berbeda. Untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial nonlinier (3.9), mari gunakan asumsi bahwa yang solusi mengambil bentuk berikut

$$V(x, t) = Q(t)x^2 + R(t)x + M(t). \quad (3.11)$$

Kemudian

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 2Q_t x + R_t. \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 2Q. \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 2Qx + R_t + M_t. \quad (3.14)$$

di mana titik menunjukkan diferensiasi terhadap waktu. Dengan melakukan penggantian dari persamaan (3.9) ke persamaan (3.11) akan memberikan hasil

$$\frac{1}{4c} [2Q_t x + R_t]^2 - h[x^2 - 2\bar{x}x + \bar{x}^2] - [2Q_t x + R_t + M_t] + [2Q_t x + R_t(\bar{u} - S) + \sigma^2 Q] = 0. \quad (3.15)$$

Persamaan (3.15) harus berlaku untuk setiap nilai  $x$ , kita mendapatkan sistem berikut persamaan diferensial biasa nonlinier :

$$cQ = ch - Q^2, \quad (3.16)$$

$$cR + QR = -2d\bar{x} - 2cQ(\bar{u} - S), \quad (3.17)$$

$$4cM - 4ch\bar{x}^2 - R^2 - 4c(\bar{u} - S)R - 4c\sigma^2 Q. \quad (3.18)$$

Selanjutnya, akan diselesaikan sistem nonlinier ini untuk kasus yang berbeda dari tingkat permintaan dengan



$$Q(T) = 0, R(T) = B, M(T) = 0. \quad (3.19)$$

dengan mengubah waktu  $t$  menjadi:

$$\tau = e^{-\sqrt{h/c}(t-T)}.$$

Kemudian, akan diperoleh nilai

$$\frac{\partial}{\partial t} = 2\sqrt{\frac{h}{c}}\tau \frac{\partial}{\partial \tau},$$

dan waktu tertentu akan diperoleh dua kasus umum yang berbeda untuk tingkat permintaan

$$t = 0 \Rightarrow \tau = e^{-2\sqrt{\frac{h}{c}}T},$$

$$t = T \Rightarrow \tau = 1,$$

Berarti akan diperoleh nilai

$$\tau \in \left[ e^{-2\sqrt{\frac{h}{c}}T}, 1 \right]. \quad (3.21)$$

Untuk dapat menyelesaikan persamaan (3.16) dapat digunakan

$$c\dot{Q}/(ch - Q^2)$$

Sehingga akan diperoleh

$$Q(\tau) = \frac{\sqrt{ch}(\tau - 1)}{\tau + 1}. \quad (3.22)$$

Berikutnya akan dibahas dua kasus khusus untuk menentukan permintaan rata-rata.

Kasus pertama adalah kasus yang di mana tingkat permintaan konstan yang

$$S(t) = S_0 = \text{const.}$$

Dalam hal ini tingkat produksi yang optimal diberikan oleh:

$$u(x,t) = \frac{1}{c} \left[ \left( \frac{\sqrt{ch}(\tau-1)}{\tau+1} \right) x - c(\bar{u} - S_0) + [B + 2c(\bar{u} - S_0)] \frac{\sqrt{\tau}}{\tau+1} - \bar{x}\sqrt{h} \left( \frac{\tau-1}{\tau+1} \right) \right] + \bar{u}. \quad (3.23)$$

Fungsi  $R(\tau)$  and  $M(\tau)$  akan diperoleh dengan :

$$R(\tau) = -2c(\bar{u} - S_0) + 2[B + 2c(\bar{u} - S_0)] \frac{\sqrt{\tau}}{\tau+1} - 2\bar{x}\sqrt{h} \left( \frac{\tau-1}{\tau+1} \right). \quad (3.24)$$

$$M(\tau) = \int \left\{ \frac{1}{2\tau} \left[ \sqrt{ch}\tau^2 - \frac{R^2}{4\sqrt{ch}} - \sqrt{\frac{c}{h}}(\bar{u} - S_0)R - \sqrt{\frac{c}{h}}\tau^2 Q \right] \right\} d\tau - M_0. \quad (3.25)$$

Dalam rangka untuk mencari tingkat persediaan yang diharapkan dapat diselesaikan persamaan state (3.2) dengan

mengambil rata-rata sehubungan dengan keadaan variabel  $x$  dan menggantikannya dengan optimal tingkat produksi dari (3.23) untuk mendapatkan:

$$E(x) = \frac{0}{c} E(x) - \frac{1}{c} \left[ B + 2c(\bar{u} - S_0) \frac{\sqrt{\tau}}{\tau+1} - \bar{x}\sqrt{h} \frac{\tau-1}{\tau+1} \right].$$

$$E(x) = \bar{x} - \frac{B + 2c(\bar{u} - S_0)}{2\sqrt{ch}\sqrt{\tau}} \left[ \bar{x} - \bar{x} - \frac{B + 2c(\bar{u} - S_0)}{2\sqrt{ch}\sqrt{\tau}} \frac{\sqrt{\tau}}{1+\tau} \left( \frac{\tau-1}{\sqrt{\tau}} \right) \right]. \quad (3.26)$$

Beberapa kasus khusus dapat diperoleh dari ini, misalnya ketika tingkat permintaan konstan dan sama dengan  $U$  tingkat tujuan produksi. Dalam hal ini Tingkat persediaan yang diharapkan akan diberikan oleh fungsi berikut ini:

$$E(x) = \bar{x} + (x_0 - \bar{x}) \frac{\left[ \frac{\sqrt{\tau_0}(1+\tau)}{(1+\tau_0)\sqrt{\tau}} \right] - \frac{B}{2\sqrt{ch}} \left[ 1 - \frac{(1+\tau)}{(1+\tau_0)} \right] \frac{1}{\sqrt{\tau}}}{\left[ \frac{\sqrt{\tau_0}(1+\tau)}{(1+\tau_0)\sqrt{\tau}} \right] - \frac{B}{2\sqrt{ch}} \left[ 1 - \frac{(1+\tau)}{(1+\tau_0)} \right] \frac{1}{\sqrt{\tau}}}}. \quad (3.27)$$

Sehingga biaya ekspekstasi total  $E[V(x,T)]$  akan diperoleh dalam bentuk

$$E[V(x,T)] = B \left\{ \bar{x} + (x_0 - \bar{x}) \frac{\left[ \frac{\sqrt{\tau_0}(1+\tau)}{(1+\tau_0)\sqrt{\tau}} \right] - \frac{B}{2\sqrt{ch}} \left[ 1 - \frac{(1+\tau)}{(1+\tau_0)} \right] \frac{1}{\sqrt{\tau}}}{\left[ \frac{\sqrt{\tau_0}(1+\tau)}{(1+\tau_0)\sqrt{\tau}} \right] - \frac{B}{2\sqrt{ch}} \left[ 1 - \frac{(1+\tau)}{(1+\tau_0)} \right] \frac{1}{\sqrt{\tau}}} \right\}. \quad (3.28)$$

Kasus kedua adalah kasus di mana tingkat permintaan waktu tingkat yang bervariasi, dengan bentuk nilai yang diperoleh adalah  $S(t) = u - 2\tau\sqrt{t}/\tau - 1$ . Tingkat produksi yang optimal dalam hal ini diberikan oleh:

$$u(x,t) = \frac{1}{c} \left[ \left( \frac{\sqrt{ch}(\tau-1)}{\tau+1} \right) x + \frac{(c+b)\sqrt{\tau}}{1+\tau} - \sqrt{\frac{c}{h}} \left( \frac{\sqrt{ch}\tau\sqrt{\tau}}{\tau+1} + h\bar{x} \frac{\tau-1}{\tau+1} \right) \right] + \bar{u}. \quad (3.29)$$

Pada kasus kedua akan diperoleh, fungsi  $R(\tau)$  akan diberikan dengan

$$R(\tau) = \frac{2(c+b)\sqrt{\tau}}{1+\tau} - 2\sqrt{\frac{c}{h}} \left( \sqrt{ch} \frac{\tau\sqrt{\tau}}{\tau+1} + h\bar{x} \frac{\tau-1}{\tau+1} \right). \quad (3.30)$$

Akan diperoleh nilai perhitungan sebagai berikut

$$E(x) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c}{h}} \left[ \left( \frac{c+B}{c} \right)^{\frac{\sqrt{\tau}}{\tau+1}} \ln \tau - 2 \sqrt{\frac{h}{c}} \frac{\sqrt{\tau}}{\tau+1} \ln(\tau-1) \right] E_0 \sqrt{\frac{c}{h}} \quad (3.31)$$

Dimana

$$E_0 = (x_0 + \bar{x}) \left( e^{\sqrt{\frac{c}{h}} \tau} + e^{-\sqrt{\frac{c}{h}} \tau} \right) - \left( \frac{c+B}{c} \right) T + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c}{h}} \ln \left( e^{-2\sqrt{\frac{c}{h}} \tau} - 1 \right)^2 \quad (3.32)$$

Kemudian ekpektasi tingkat inventori akan diberikan dengan

$$E(x) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c}{h}} \left[ \left( \frac{c+B}{c} \right)^{\frac{\sqrt{\tau}}{\tau+1}} \ln \tau - 2 \sqrt{\frac{h}{c}} \frac{\sqrt{\tau}}{\tau+1} \ln(\tau-1) \right] + \frac{\sqrt{\tau}}{\tau+1} \left[ (x_0 + \bar{x}) \left( e^{\sqrt{\frac{c}{h}} \tau} + e^{-\sqrt{\frac{c}{h}} \tau} \right) - \left( \frac{c+B}{c} \right) T + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c}{h}} \ln \left( e^{-2\sqrt{\frac{c}{h}} \tau} - 1 \right)^2 \right] \quad (3.33)$$

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Dari pembahasan diperoleh beberapa kesimpulan

1. Pengaturan produksi yang tepat sangat penting agar dapat mengatur jumlah barang yang diproduksi dalam tingkat yang menyeimbangkan risiko permintaan dan risiko kekurangan.
2. Kendali Optimal dapat digunakan untuk menyelesaikan model Inventori dengan Model Produksi Stokastik.

Bagi para peneliti selanjutnya, disarankan agar meneliti aplikasi Teori Kendali ke bidang operasi riset yang lain. Model-model inventori baik inventori bahan baku ataupun inventori produksi, deterministi dan stokastik dapat diselesaikan dengan teori kontrol.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, H., 1988. *Calculus*. Drexel University, John Wiley & Sons, New York.
- [2] Affandi, P., 2011. *Kendali Optimal system pergudangan dengan produksi yang mengalami kemerosotan*. Tesis, Yogyakarta.
- [3] Astrom, J. K. (1970). *Introduction to stochastic control theory*, Academic Press, New York.
- [4] Bensoussan, A., Sethi, S. P., Vickson, R. G. and Derzko, N. (1984). Stochastic production planning with production constraints, *SIAM J. Control and Optimization* Vol. 22, No.6, 920-935.

- [5] Burghes, D.N *Introduction to Control Theory Including Optimal Control*. John Wiley & Sons. New York.
- [6] Chi-Tsong Chen, 1984. *Linear System Theory and Design*, Madison Avenue New York.
- [7] Danese, A.E. 1965. *Advanced Calculus an introduction to Applied Mathematics*.
- [8] Davis, M. H. (1977). *Linear estimation and stochastic control*, John Wiley and Sons, New York.
- [9] Edwin K.P Chong, 1996. *An introduction to Optimization*, John Wiley & Sons. New York.
- [10] El-Gohary, A. (2001). Optimal control of the genital herpes epidemic, *Chaos, Solutions and Fractals* Vol. 12, 1817-1822.
- [11] El-Gohary, A. and Bukhari, F. (2003). Optimal control of stochastic prey-predator models, *Applied Mathematics and Computations*, Vol. 146, 11, 403-415.
- [12] El-Gohary, A., Tadj, L. and Al-Rahmah, A. (2006). Optimal control of a stochastic production planning model with different demand rates, *International Journal of Applied Mathematics*, (Accepted).
- [13] Frank L. Lewis, *Applied Optimal Control & Estimation*. The University of Texas at Arlington. New York.
- [14] Goyal, S. K. and Giri, B. C. (2001). Recent trends in modeling of deteriorating inventory, *European Journal of Operational Research*, Vol. 134, 1-16.
- [15] Hamdy A.Taha. 1998. *Operations Research an Introduction*. Prentice Hall International, Inc. Philippines.
- [16] Murray R. Spiegel *Statistic Schaum*, 2 edition Renselaer Polytechnic Institut Hartford.
- [17] Olsder, G.J., 1994. *Mathematical System Theory*, 1. Delft University of Technology. Netherlands.
- [18] Parlar, M. (1985). A stochastic production planning model with a dynamic chance constraint, *European Journal of Operational Research*, Vol. 20, 255-260.
- [19] Perkins, J. R. and Kumar, P. R. (1994). Optimal control of pull

- manufacturing systems, IEEE Transactions on Automatic Control, 40:12, 2040-2051.
- [20] Presman, L. E. Sethi, S. P., Zhang, H. and Bisi, A. (2001). Average cost optimal policy for a stochastic two-machine flow shop with limited work-in-process, *Nonlinear Analysis*, Vol. 47, 5671-5678.
- [21] Sagirow, P. (1972). *Stochastic methods in the dynamics of satellites*, Springer Verlag, New York.
- [22] Shepley L. Ross. 1984. *Differential Equation*. 3 Editions, John Wiley & Sons. New York.
- [23] Sethi, S.P. and Thompson, G.L. (2000). *Optimal Control Theory: Applications to Management Science and Economics*, 2nd ed., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [24] Shety S.P and Thompson G.L 1985. *Optimal Control Theory : Applied to Management science and economics*. 2 editions.
- [25] Sethi, S. P. (1973a). Optimal control of Vidale-Wolfe advertising models, *Operations Research*, Vol. 21, 998-1013.



# SERTIFIKAT

No. 033/UN8.1.28/SP/2017

Diberikan Kepada :

**PARDI AFFANDI**

Atas partisipasinya sebagai

**PEMAKALAH ORAL**

Dalam Seminar Nasional Matematika dan Aplikasinya I (SEMNAS MANTAP I)  
dengan tema Membangun SDM yang Berjiwa Technopreneur dengan Pendidikan dan Aplikasi Matematika.  
Yang diselenggarakan oleh Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat.

Dengan judul makalah

*Kendali Optimal Pada Inventori Dengan Model Produksi Stokastik*

22 April 2017, di Banjarbaru - Kalimantan Selatan

Dekan FMIPA Universitas Lambung Mangkurat



**Drs. Heri Budi Santoso, M.Si**  
NIP. 196909111994031006

Ketua Pelaksana

**Nurul Huda, S.Si, M.Si**  
NIP. 198104222006041003